

# 臨界流

# 臨界流

流体機器、エネルギー機器

流体を高圧部分から低圧部分まで吹き出させることが多い

相変化を伴う場合と伴わない場合

ロケット、航空機エンジン、ガスタービン、蒸気タービン、ウォータージェット、冷凍機のエジェクター

高温高圧機器の事故(配管の破断)

破断口から流体の流出

# 臨界流

高圧部分 $p_1$ から低圧部分 $p_2$ (背圧)への流体の吹き出し流量

$p_1$ が高いほど $p_2$ が低いほど大きくなる

圧縮性流体では背圧がある値以下になると背圧が低下しても吹き出し流量は変わらない

## 臨界流

吹き出し速度が音速に等しくなる。

圧縮性単相流では解析方法が確立

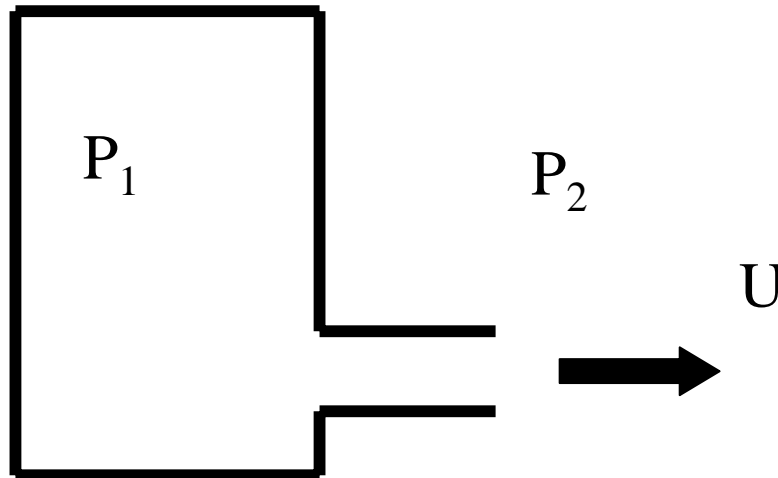
二相流では現象は極めて複雑

# 非圧縮性流体

## ベルヌーイの定理

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho U^2$$

$$U = \sqrt{2(P_1 - P_2)/\rho}$$



# 圧縮性単相流体

圧縮性なのでエンタルピーの保存を考える

$$i_1 = i_2 + \frac{1}{2}U^2 \qquad C_p T_1 = C_p T_2 + \frac{1}{2}U^2$$

理想気体を仮定して

$$(C_p/R)(P_1/\rho_1) = (C_p/R)(P_2/\rho_2) + \frac{1}{2}U^2$$

断熱変化とすると

$$P_1 \rho_1^{-k} = P_2 \rho_2^{-k} \quad k = C_p/C_v \quad R = C_p - C_v \qquad U^2 = \frac{2k}{k-1} (P_1/\rho_1) \{1 - (P_2/P_1)^{\frac{k-1}{k}}\}$$

$P_2$ における音速 $a_2$ は  $a_2 = \sqrt{kP_2/\rho_2}$  であるので

$U$ が音速になる背圧 $P_c$ は  $P_c = P_1 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$

# 圧縮性単相流体

背圧 $P_2$ が $P_c$ 以下になると背圧の変化は上流側には伝わらなくなる。実際質量流量 $G$

$$G = F_2 \rho_2 U = F_2 \left[ \frac{2k}{k-1} P_1 \rho_1 \left\{ (P_2/P_1)^{\frac{2}{k}} - (P_2/P_1)^{\frac{k+1}{k}} \right\} \right]^{1/2}$$

は背圧 $P_2$ が $P_c$ で最大値となる。即ち、背圧 $P_2$ が $P_c$ 以下では背圧に関係なく流出する質量流量が決まりその値は

$$G_c = F_2 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \sqrt{k P_1 \rho_1} \quad G_c = F_2 \rho_c a_c = F_2 \rho_c \sqrt{\left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{sc}} = F_2 \sqrt{-1 / \left( \frac{\partial v}{\partial p} \right)_{sc}}$$

で与えられる。この状態を臨界流と呼び、 $G_c$ を臨界流量、 $P_c$ を臨界圧力と呼ぶ。

# 圧縮性単相流体

この臨界条件は質量流量を与える式で

$$G = F_2 \rho_2 U = F_2 \left[ \frac{2k}{k-1} P_1 \rho_1 \left\{ \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right\} \right]^{1/2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial P_2} = 0 \quad \text{としても求まる。}$$

この考え方を気液二相流にも適用する。

即ちエンタルピーの保存式からGと背圧 $P_2$ の  
関係を求め、 $\frac{\partial G}{\partial P_2} = 0$  から臨界条件を求める。

# 二成分二相流（二相流の断熱指数）

均質流モデルを考える。クォリティー $x$ （一定）

二相流の平均エントロピーは

$$s = xs_g + (1-x)s_L$$

断熱変化では  $ds = xds_g + (1-x)ds_L = 0$

気液間は熱平衡  $T_g = T_L$  液相は非圧縮性

$d\rho_L = 0$ を仮定

$Tds = di - (1/\rho)dP = C_p dT - (RT/P)dP$ より

$$\frac{dT}{T} \left( C_{pg} + \frac{1-x}{x} C_{pL} \right) - R \frac{dP}{P} = 0$$

# 二成分二相流(二相流の断熱指数)

積分して  $TP^{\frac{1-n}{n}} = \text{const}$        $Pv_g^n = P\rho_g^{-n} = \text{const}$

$$n = \frac{C_{Pg} + \frac{1-x}{x} C_{PL}}{C_{Pg} + \frac{1-x}{x} C_{PL} - R}$$

気液二相流の断熱指数

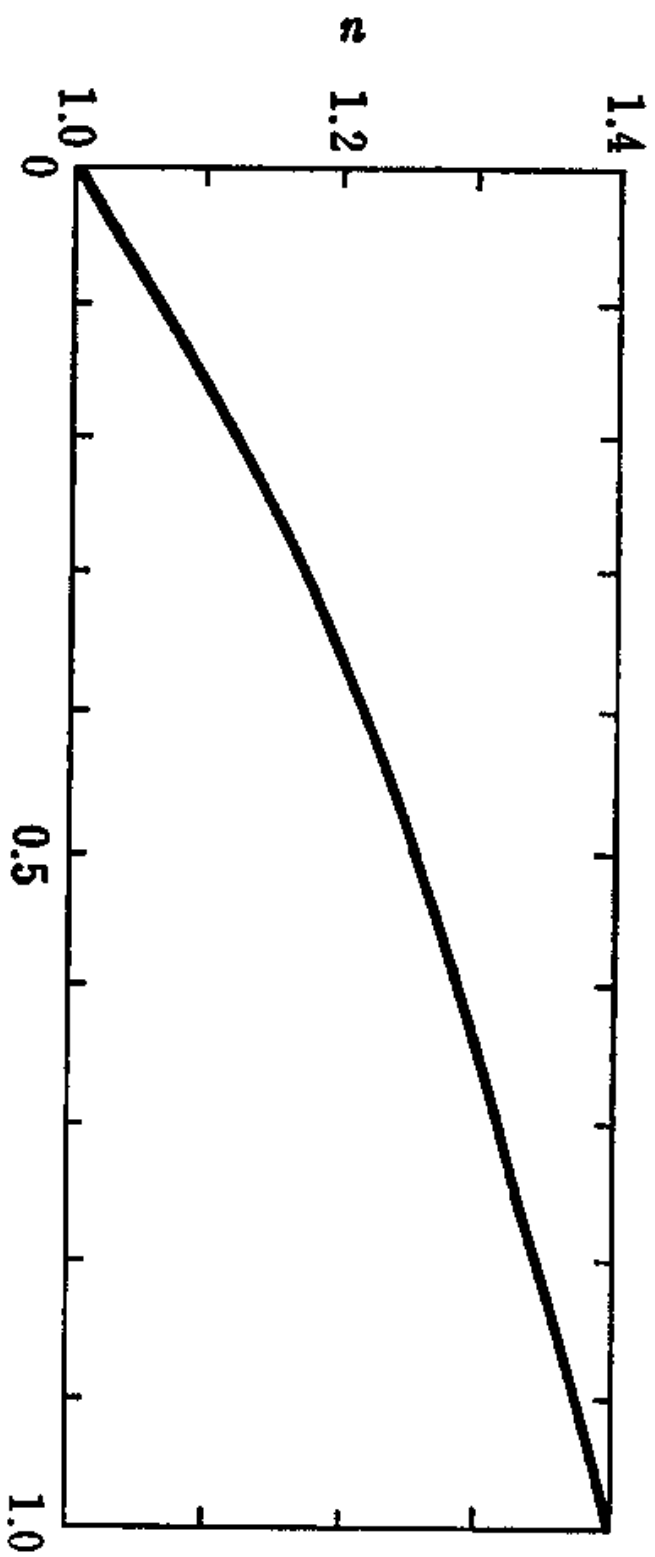


図 8.5 二相流の断熱指数

# 気液二相流の臨界流

エンタルピーの保存より  $i_{g1}x + i_{L1}(1-x) = i_{g2}x + i_{L2}(1-x) + \frac{1}{2}U^2$

$$\begin{aligned}U^2 &= 2\{(i_{g1} - i_{g2})x + (i_{L1} - i_{L2})(1-x)\} \\ &= 2T_1\{1 - (T_2/T_1)\}\{C_{Pg}x + C_{PL}(1-x)\} \\ &= 2T_1\{1 - (P_2/P_1)^{\frac{n-1}{n}}\}\{C_{Pg}x + C_{PL}(1-x)\}\end{aligned}$$

これから質量流量Gは

$$\begin{aligned}G = F_2 U \rho &= \frac{F_2 U}{\frac{x}{\rho_{g2}} + \frac{1-x}{\rho_{L2}}} \\ &= \frac{F_2 [2T_1\{1 - (P_2/P_1)^{\frac{n-1}{n}}\}\{C_{Pg}x + C_{PL}(1-x)\}]^{1/2}}{\frac{x}{\rho_{g1}} (P_2/P_1)^{\frac{1}{n}} + \frac{1-x}{\rho_{L1}}}\end{aligned}$$

# 気液二相流の臨界流

これより  $\frac{\partial G}{\partial P_2} = 0$  の条件から

$$\left\{ \frac{1-x}{2} \frac{(n-1)}{x} \left( \frac{\rho_{g1}}{\rho_{L1}} \right) \right\} (P_C/P_1) + \frac{1}{2} (n+1) (P_C/P_1)^{\frac{n-1}{n}} - 1 = 0$$

クオリティーが0に近くない場合には

$$\begin{aligned} (P_C/P_1) &\cong \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} & G_c &\cong \frac{F_2 [2T_1 \left( \frac{n-1}{n+1} \right) \{C_{Pg}x + C_{PL}(1-x)\}]^{1/2}}{\frac{x}{\rho_{g1}} \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-1}}} \\ & & &= \frac{1}{\sqrt{x}} F_2 \sqrt{n P_1 \rho_{g1}} \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n+1}{2(n-1)}} \end{aligned}$$

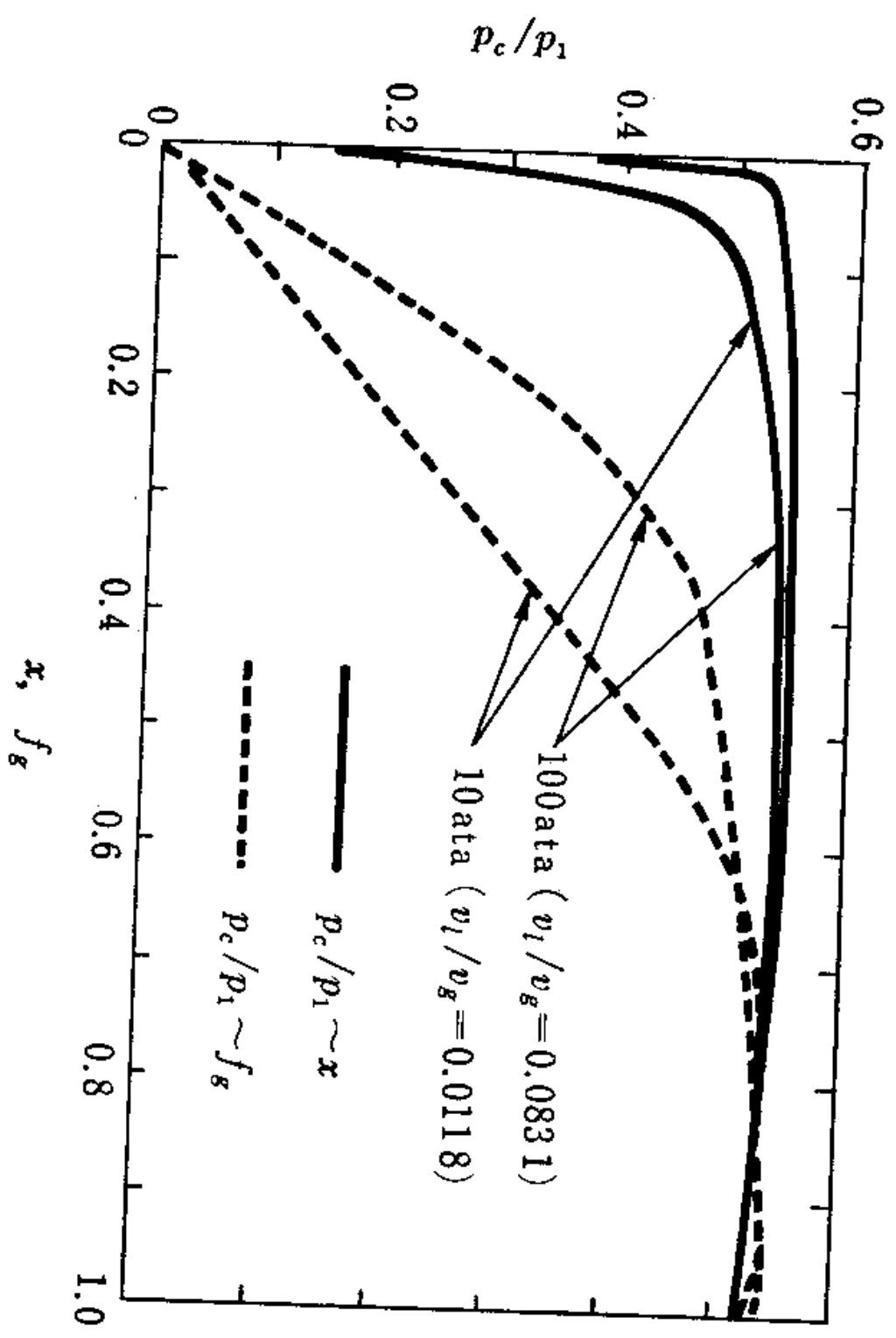


図 8.6 空気-水二相流の臨界圧力比



# 気液二相流の臨界流

気相と液相がそれぞれ断熱状態にあるときは気相は通常の断熱変化をする。

$n=k$ となる。

$$(P_c / P_1) \cong \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (\text{单相流と同じ})$$

$$\begin{aligned} G_c &= \frac{1}{\sqrt{x}} F_2 \sqrt{k P_1 \rho_{g1}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}} G_{gc} \end{aligned} \quad (\text{单相気体の臨界流 } G_{gc})$$

(8.22')

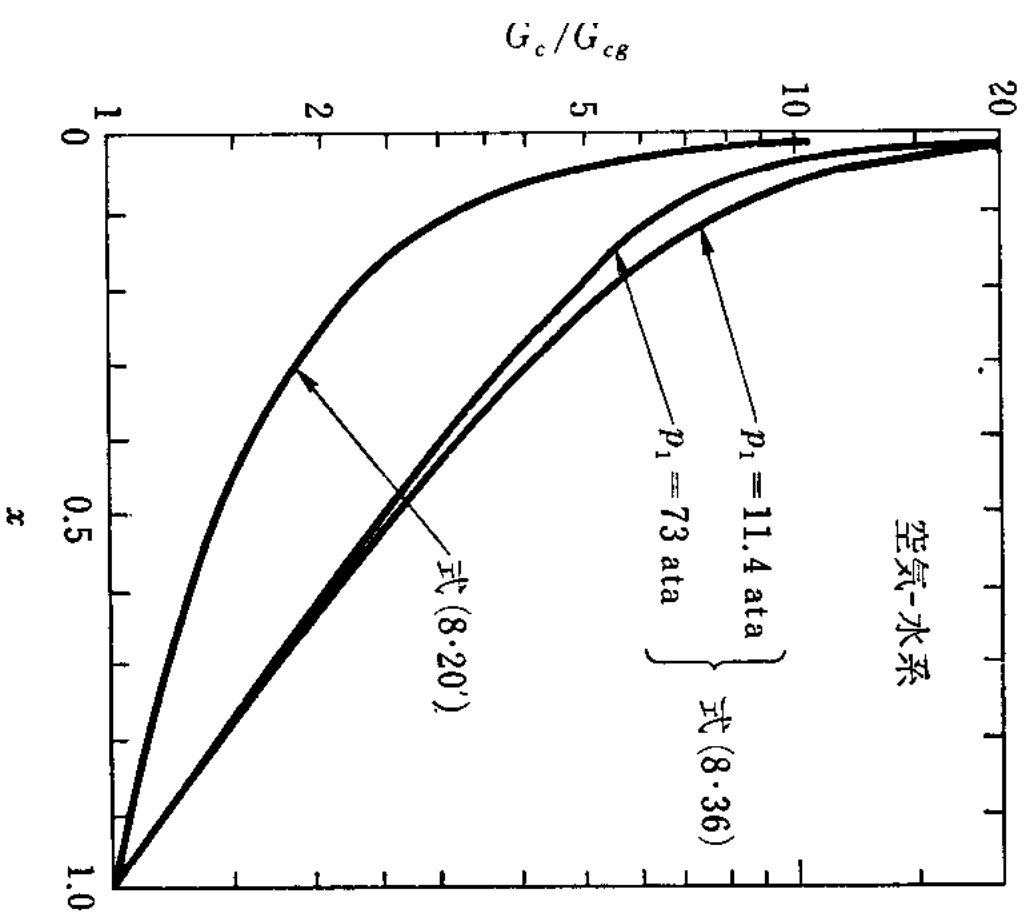


図 8.1 均質二相流の臨界流量

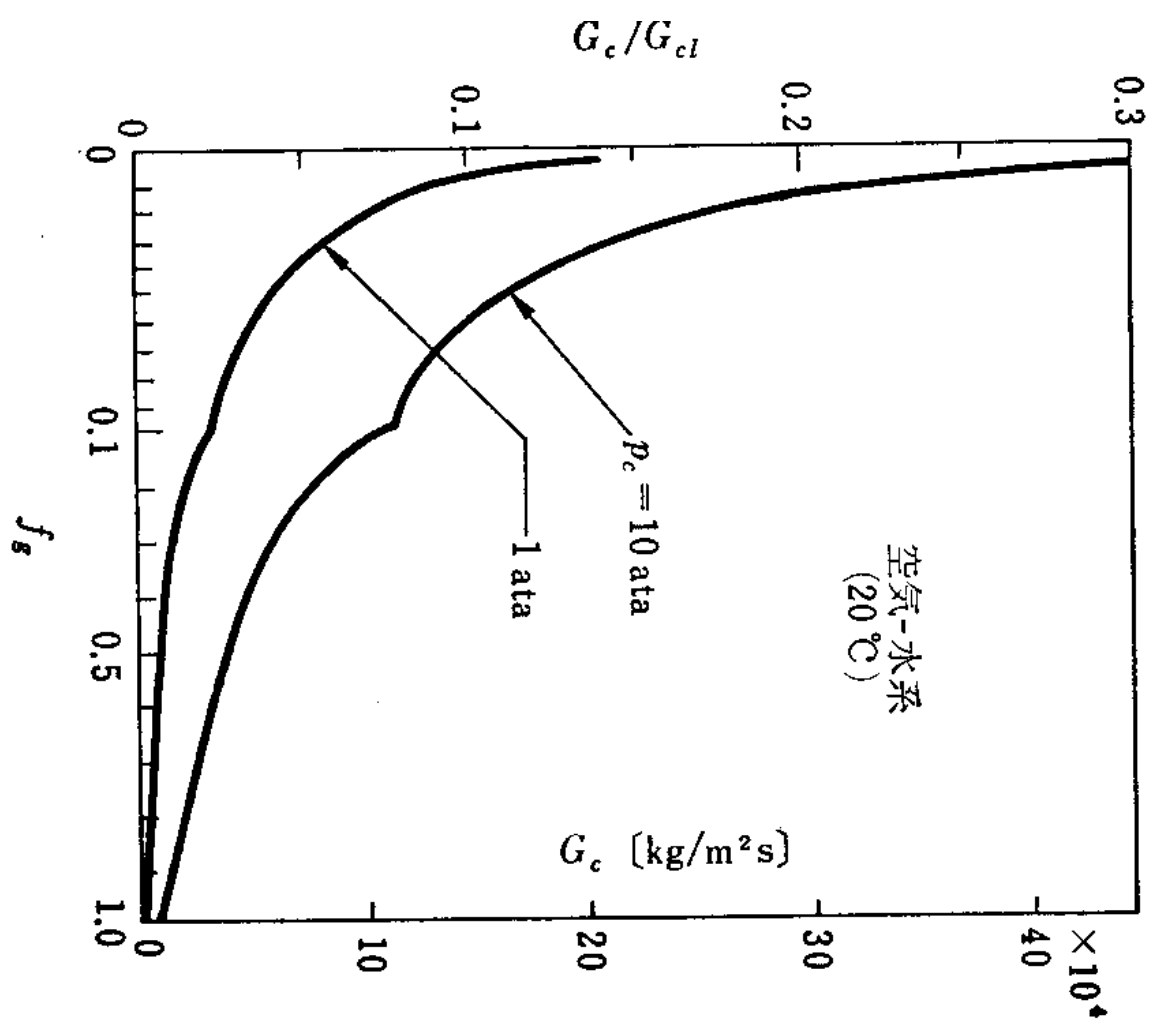


図 8.2 均質二相流の臨界流量

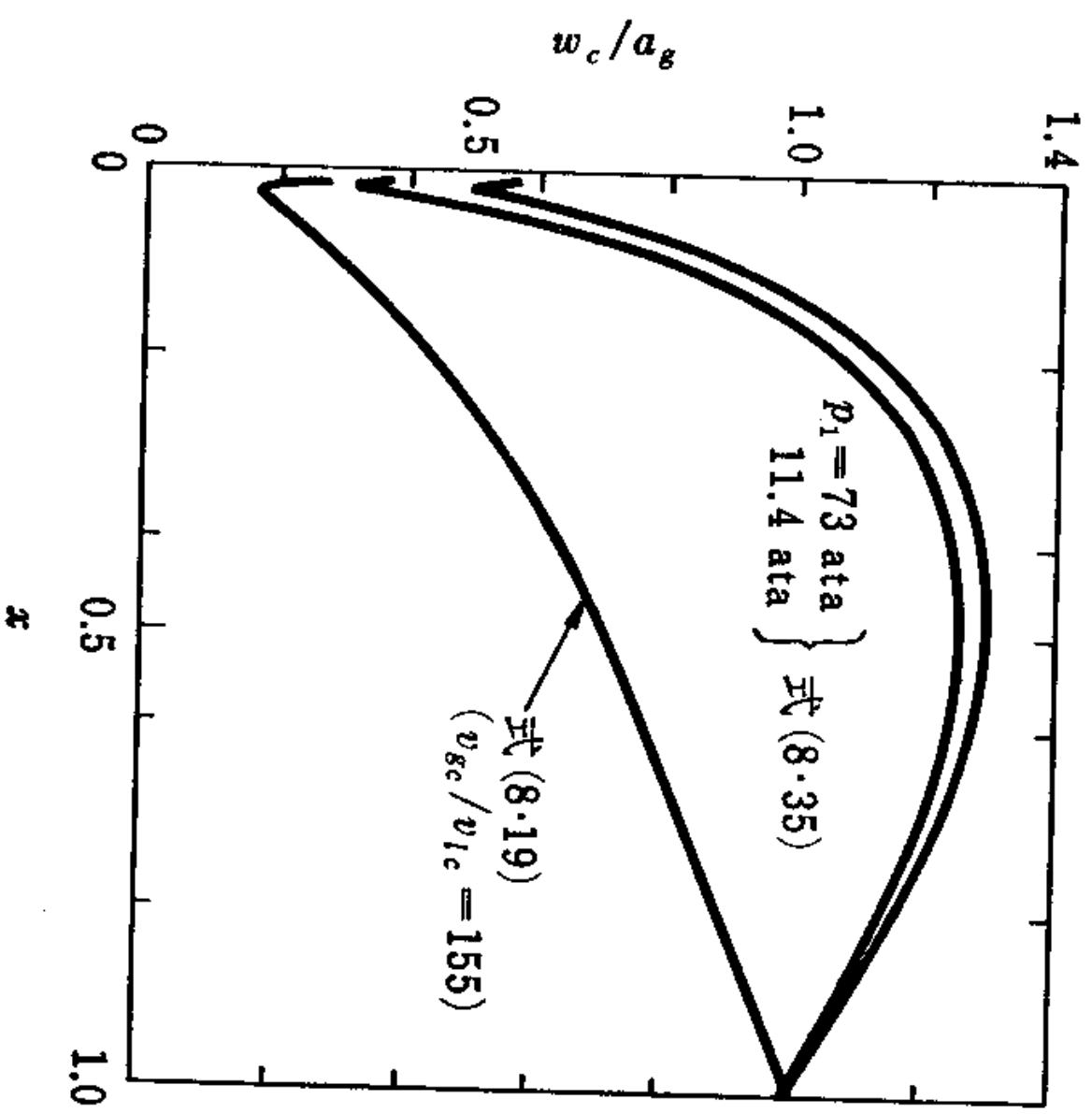


図 8.3 均質二相流の臨界速度

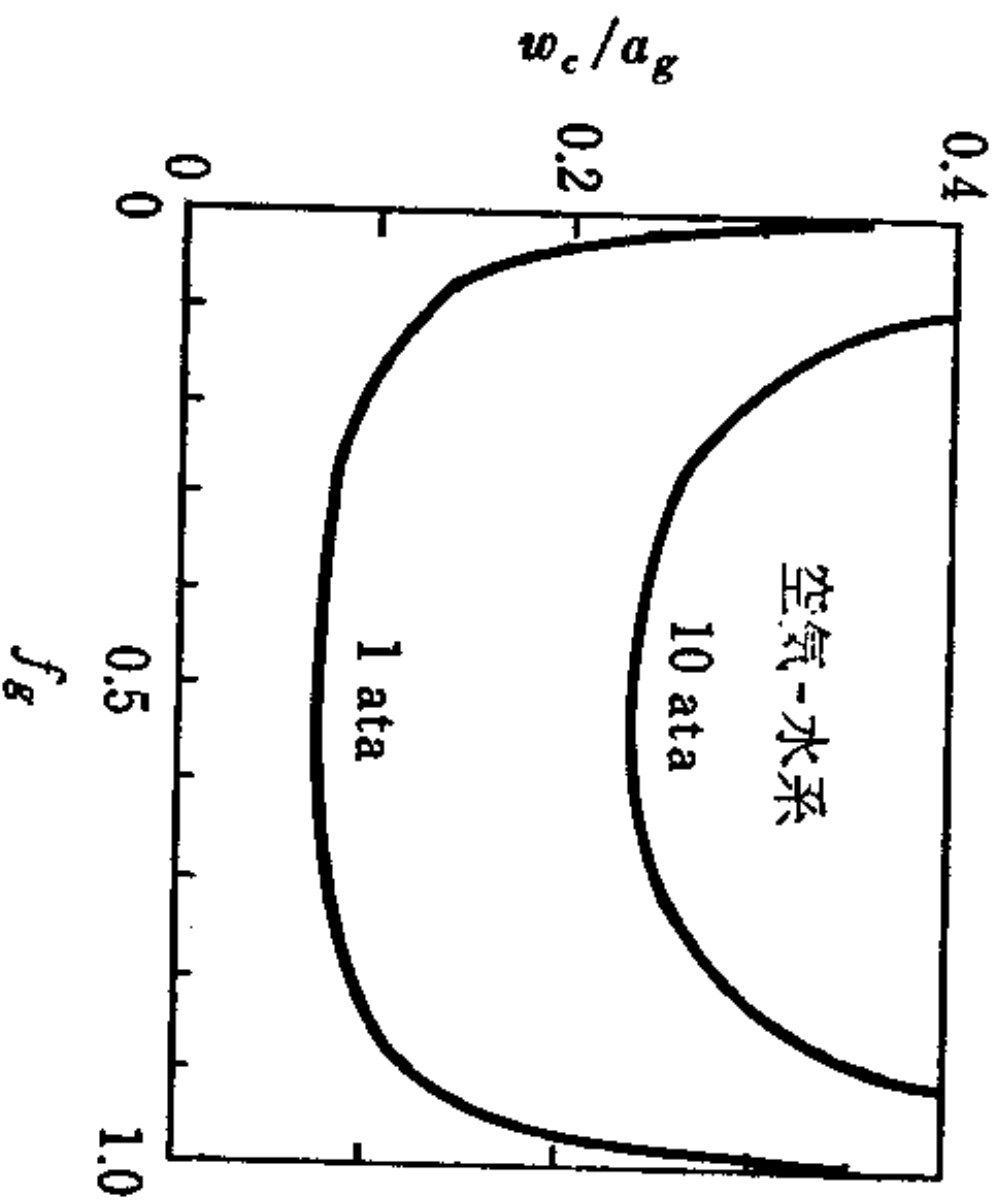


図 8.4 均質二相流の臨界速度

# 一成分二相流の臨界流量

圧力 $P_0$ エンタルピー $i_0$ の静止流体が背圧 $p$ の部分へ放出される。沸騰、凝縮の相変化をしながら流出する。(均質流モデルを仮定)

$$i_0 = i + \frac{1}{2}U^2 = i' + x(i'' - i') + \frac{1}{2}U^2$$

'は液相、''は蒸気相を表す。

断熱変化を仮定すればエントロピーは一定

$$s_0 = s' + x(s'' - s') \quad x = \frac{s_0 - s'}{s'' - s'} \quad U = \sqrt{2\left\{i_0 - i' + \frac{s_0 - s'}{s'' - s'}(i'' - i')\right\}}$$

# 一成分二相流の臨界流量

背圧 $p$ に対する流量は  
を用いて

$$v = v' + x(v'' - v') \quad x = \frac{s_0 - s'}{s'' - s'}$$

$$G = U/v = \frac{\sqrt{2\{i_0 - i' + \frac{s_0 - s'}{s'' - s'}(i'' - i')\}}}{v' + \frac{s_0 - s'}{s'' - s'}(v'' - v')}$$

圧力 $p$ における飽和状態の  $v'', v', s'', s', i'', i'$  から

$G$ を求め  
求まる  $\frac{\partial G}{\partial P} = 0$  より臨界圧、臨界流量が

# 実験結果との比較

クオリティーが高い場合には均質流モデルで一応予測できるが低クオリティーの場合には、一致は良くない。気液の速度差を考慮した解析が必要。

計算の基本的な手順は同じだが計算が複雑となる。実験結果とも良く一致する。

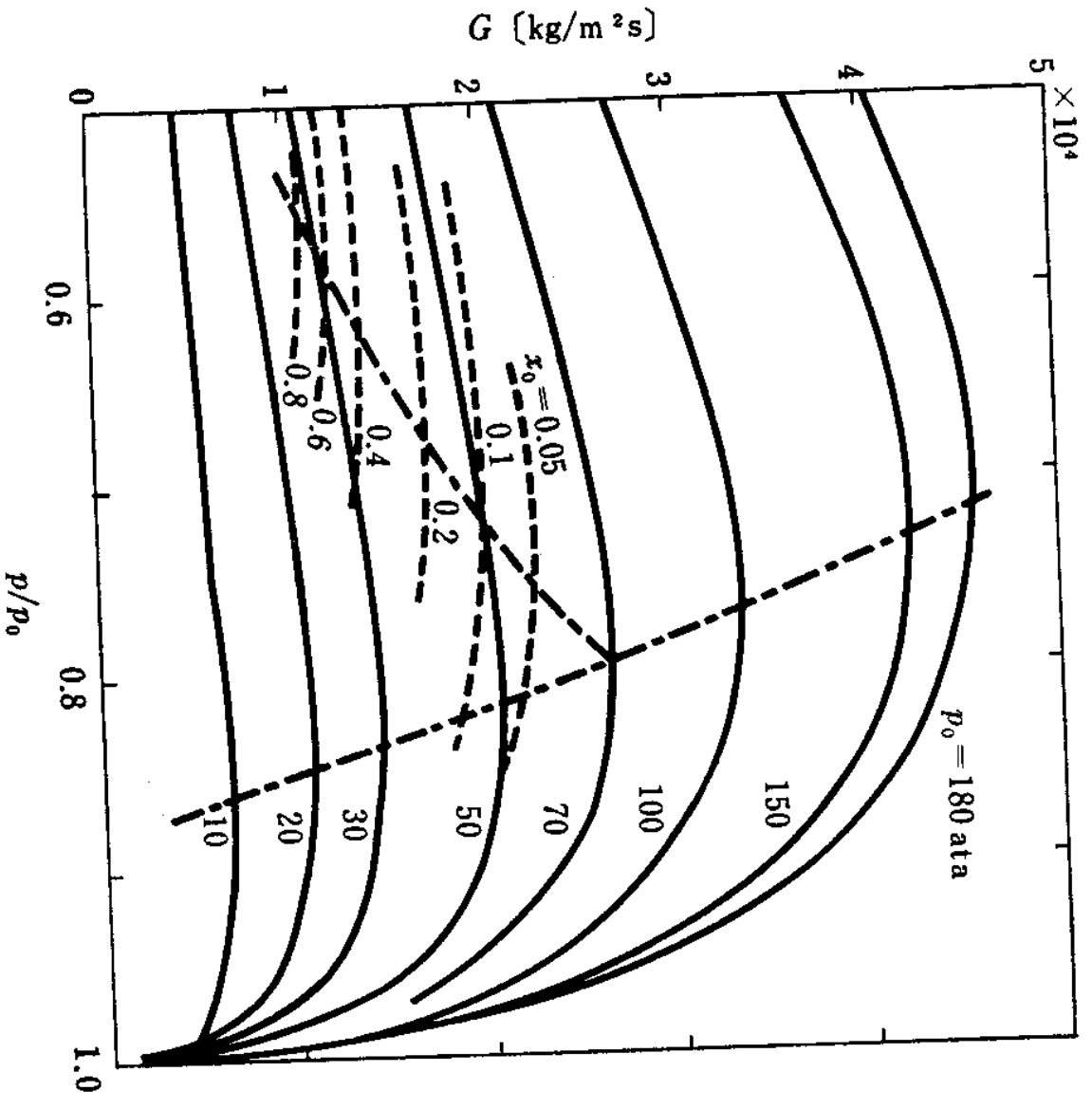


図 8.8 等エントロピー変化の均質二相流の流量

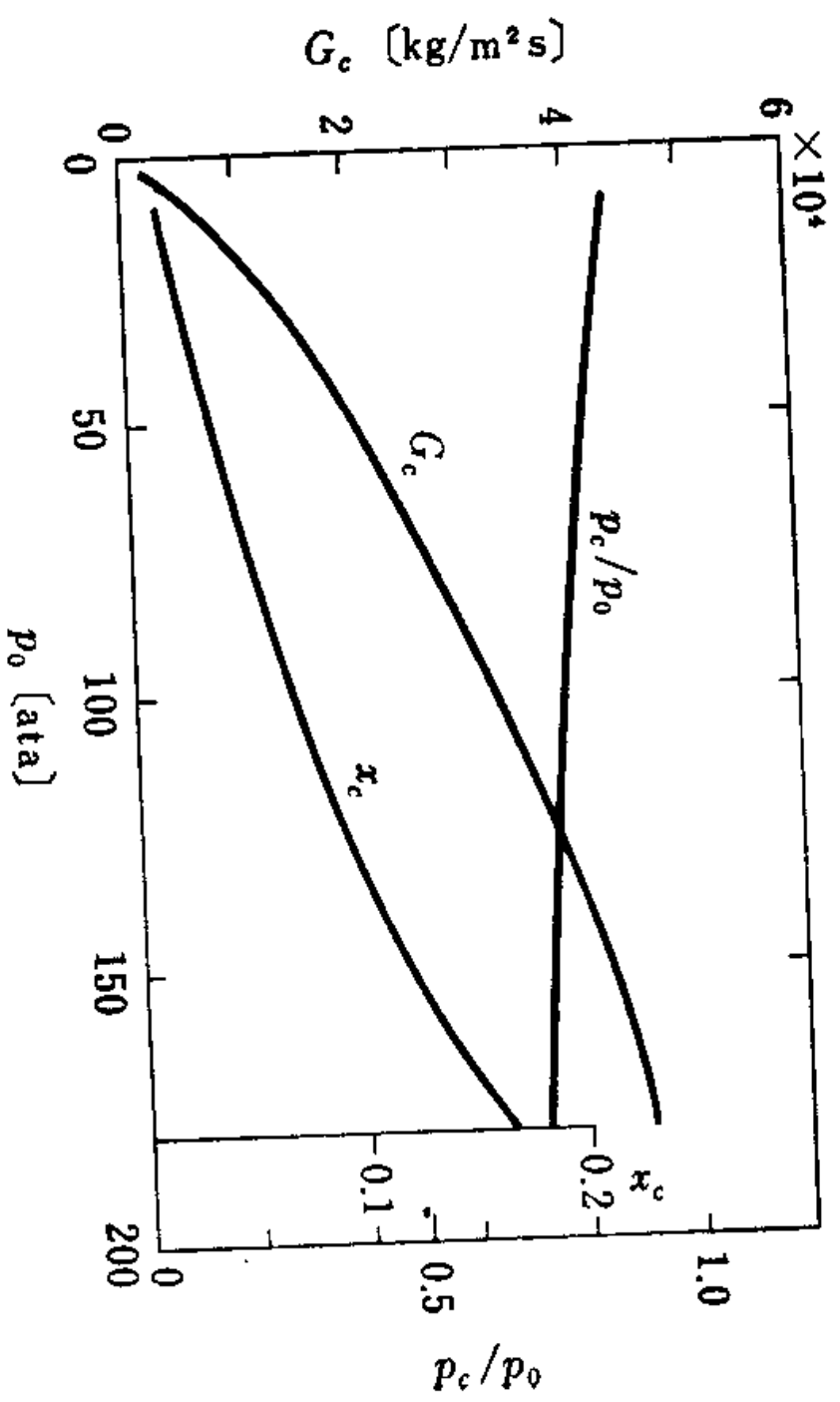


図 8.9 臨界流量，臨界圧力比，臨界乾き度と  
初圧の関係（均質流モデル）

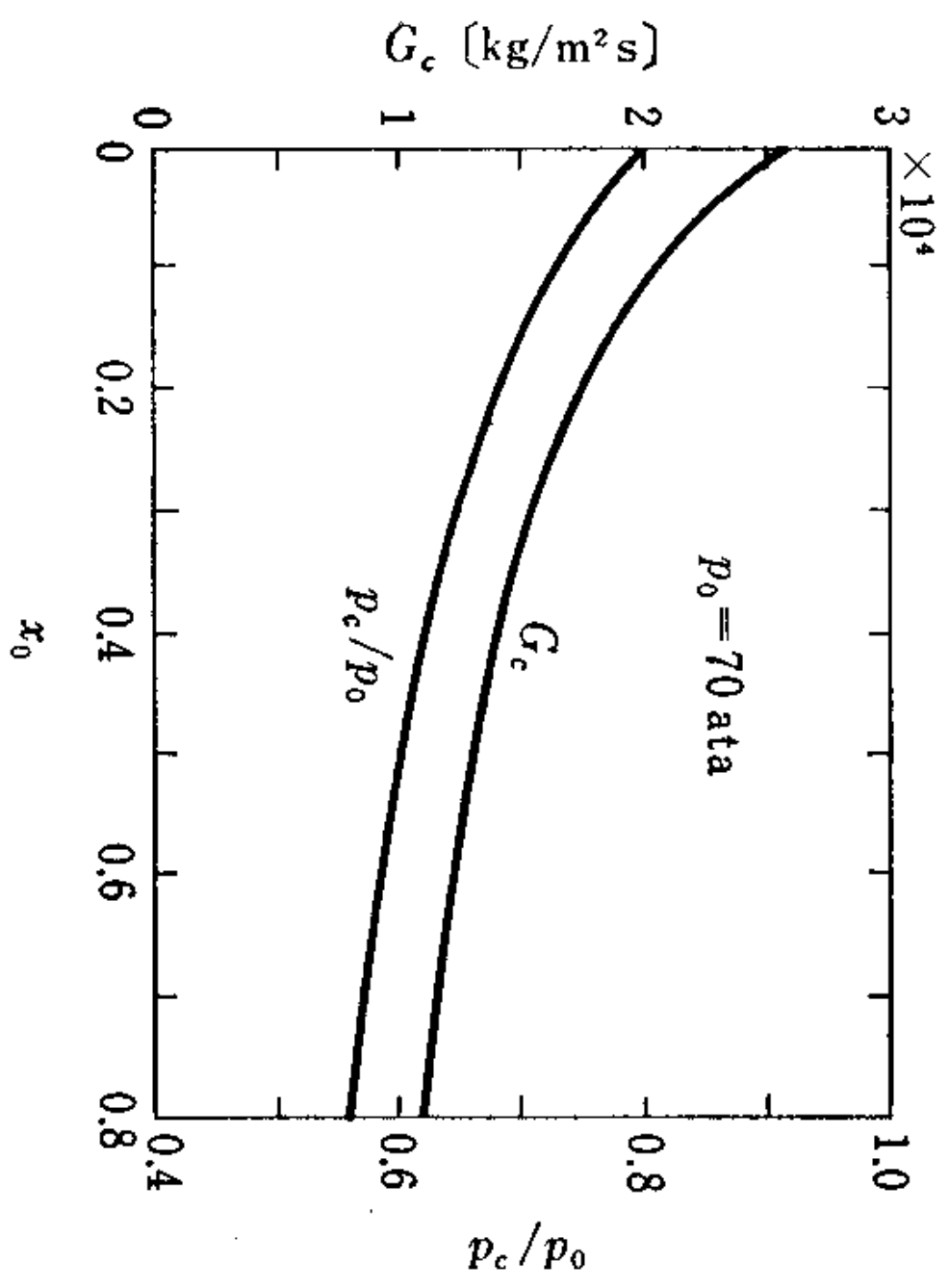


図 8.10 臨界流量，臨界圧力比と  
入口乾き度の関係

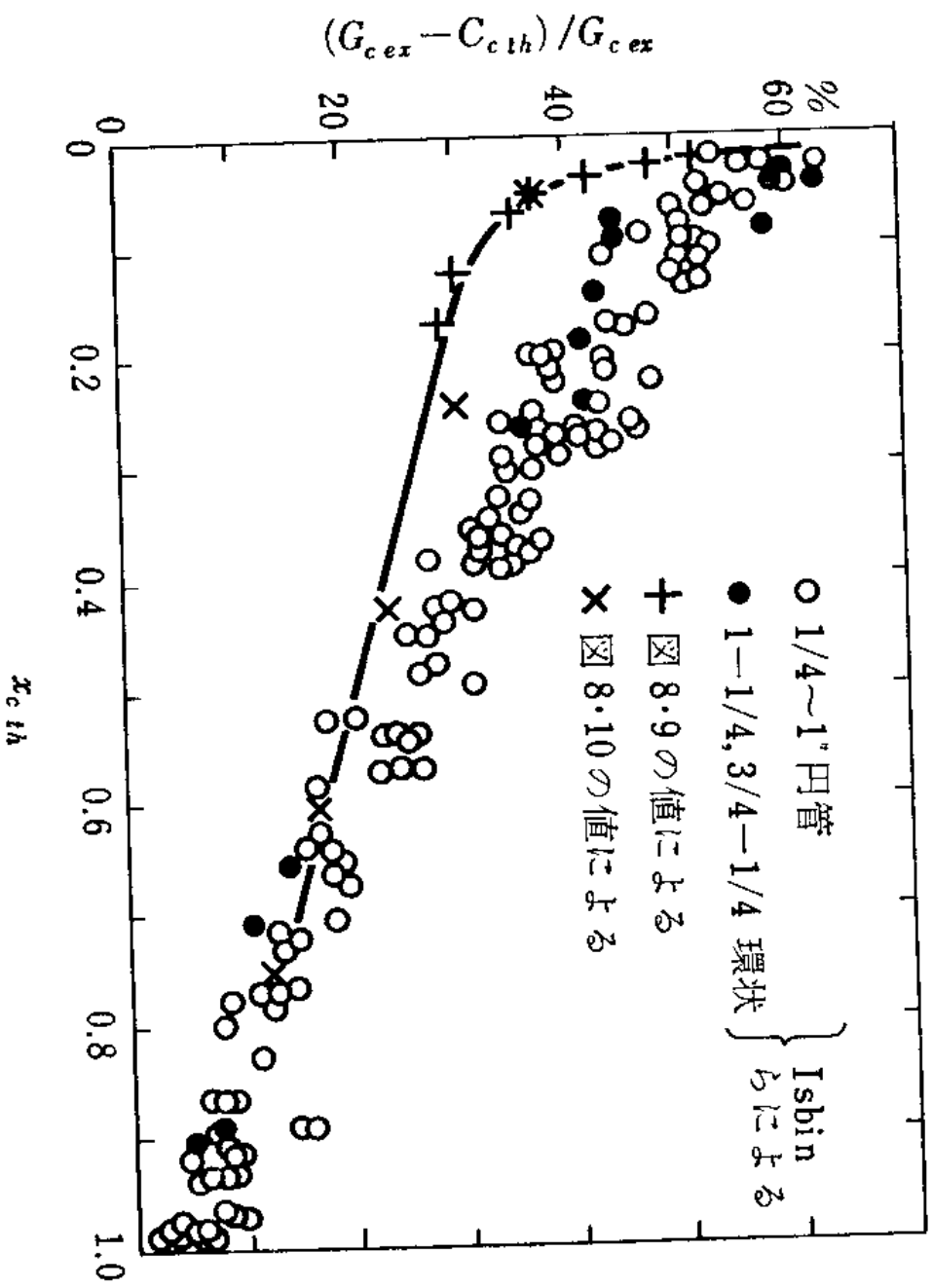


図 8.11 均質平衡流モデルの臨界流量  
の計算値と実験値の比較

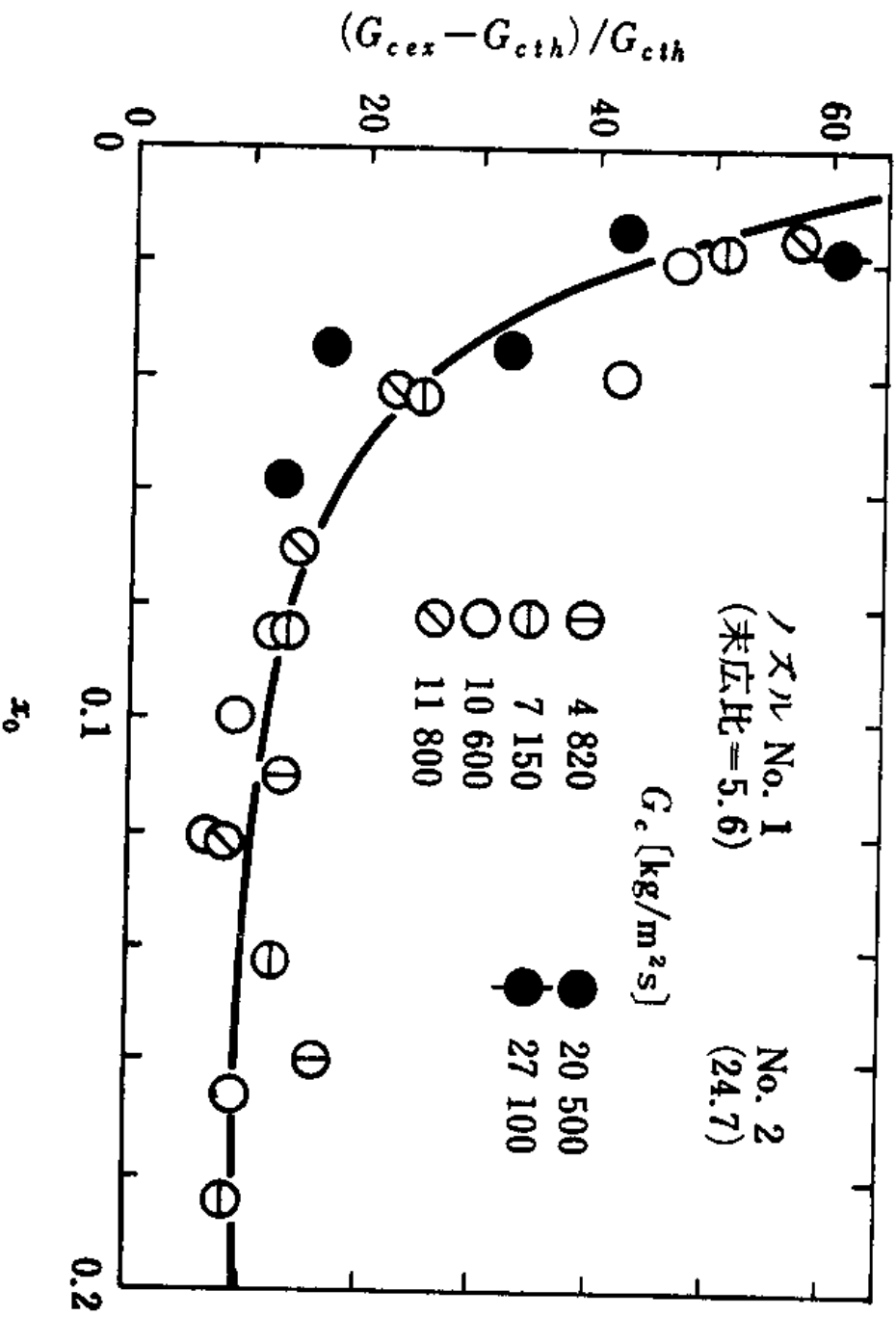


図 8.12 均質平衡流モデルの臨界流量の計算値と実験値の比較  
 (Starkman らによる)

(Starkman による)

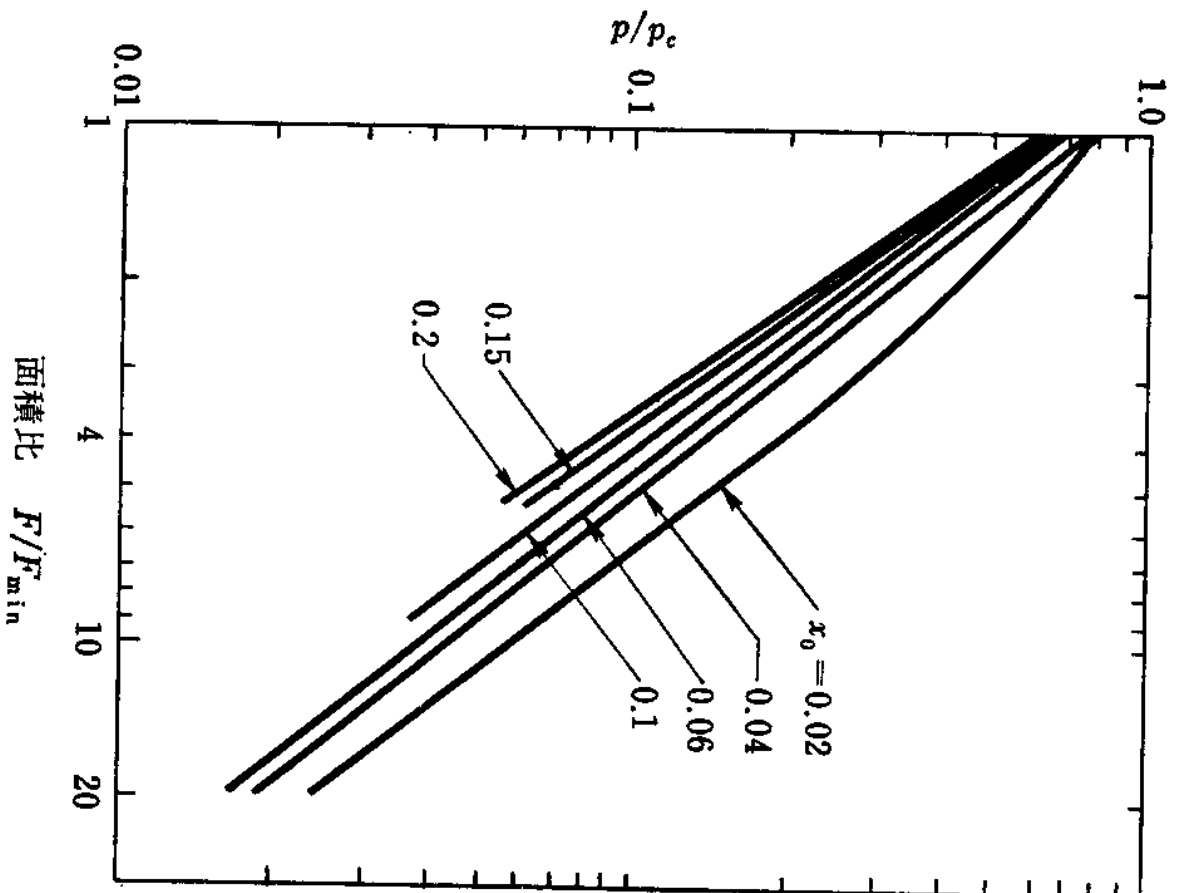


図 8.13 末広ノズルの圧力分布  
(Starkman による)

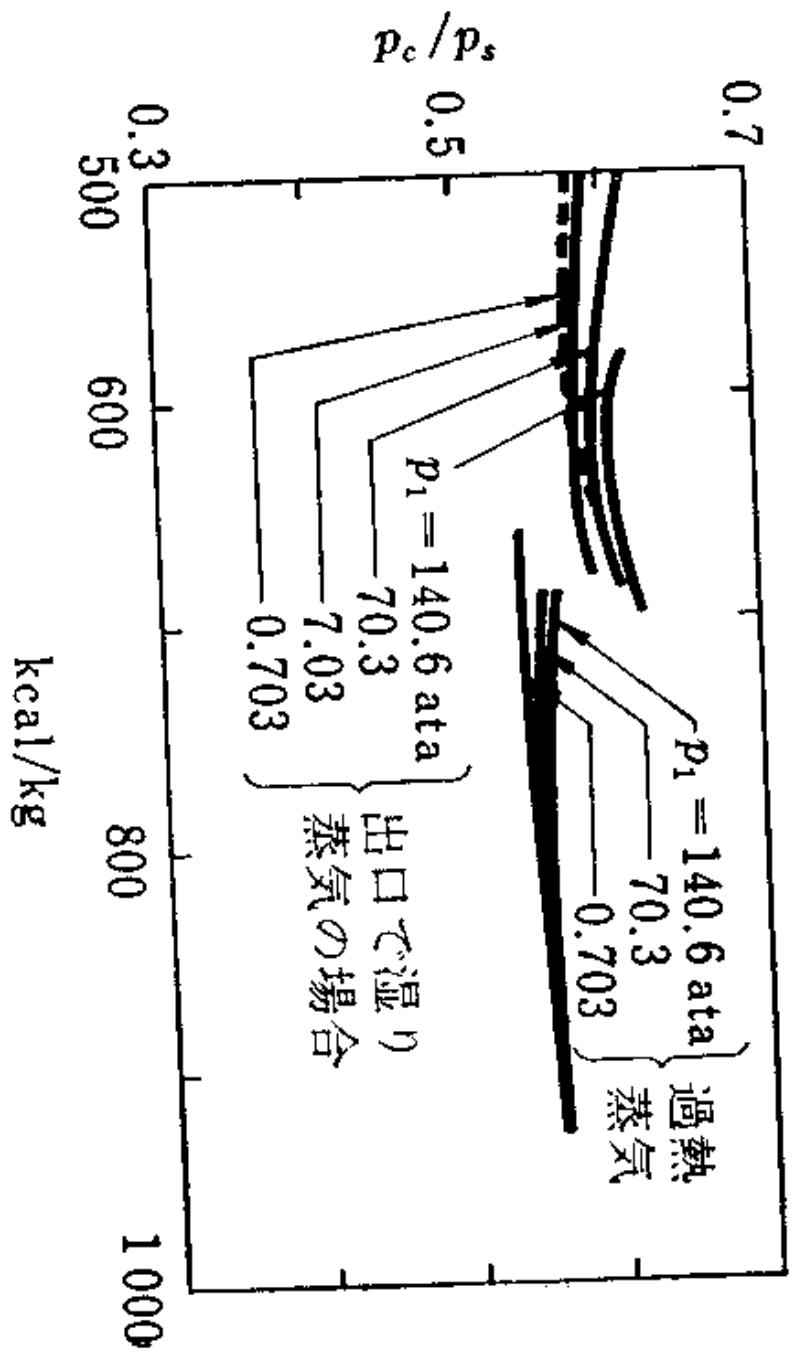


図 8.14 湿り蒸気領域及び過熱蒸気領域の  
 臨界圧力比