

気液二相流における乱流

気液二相乱流の解析の必要性

実用的な二相流——乱流状態が多い

精密な予測には乱流解析が必要

単相流の数値解析の発展をうけ二相流でも近年大幅に進展

流体の組み合わせ、流量、幾何学的形状により乱流の様相は多岐にわたる

二相の乱流の相互作用により単相流に比べ極めて複雑

解析が進んでいるのは限られた範囲

混相乱流の特徴

二相流——気液、液液、固気、固液

共通な点と相違する点がある

二相の界面が変形しない(一相のみが流体)

固気、固液二相流——分散二相流

二相の界面が変形する(両相とも流体)

気液、液液二相流

両相の流量によって様々な流動様式が現れ乱流現象も大きく異なる

気液、液液二相流に著しい

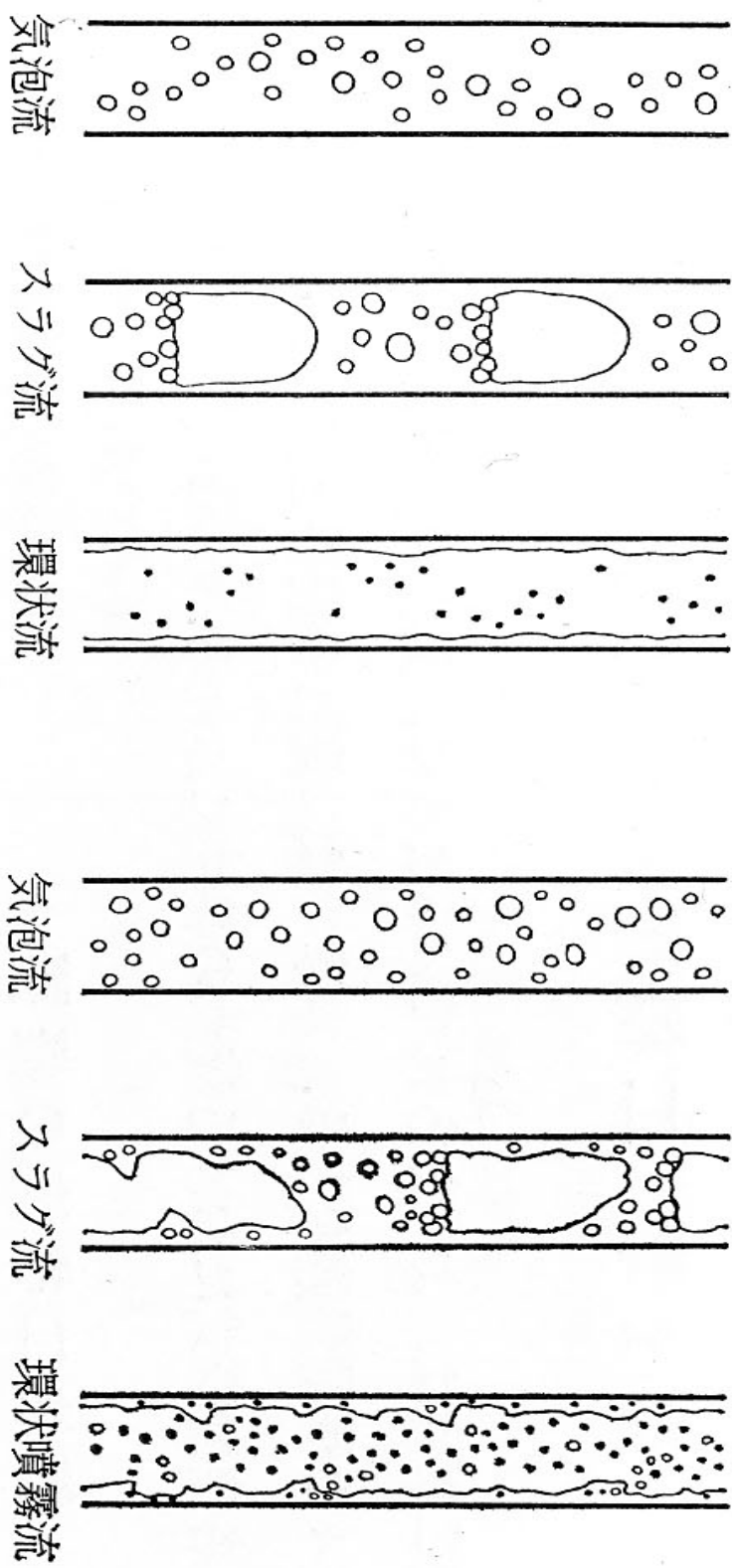


図 1.1 垂直管内二相流の流動様式

二相流乱流の特徴 (界面ソースターム)

二相乱流と単相乱流の最も大きな違い

二相界面での乱流の発生と吸収

界面構造により大きな違い

固気、固液二相流

分散粒子による乱流のソースターム

モデル化が進む

気液、液液二相流

分散流(気泡流、液滴流)、比較的なめらかな液膜ではモデル化が進むが、界面変形の激しい場合にはモデル化が遅れている

二相流乱流の特徴 (多重スケール)

二相流乱流は多重スケールの現象として取り扱う必要がある

渦のスケール——マクロスケールからコルモゴロフスケールまで広く分布

二相流——界面の長さスケールと渦のスケールの相対的な大きさで相互作用が異なる

二相界面のスケールは条件により広く分布

界面スケールと渦の大きさにより分けて取り扱う必要

多重スケール k - ε モデル、LESモデル

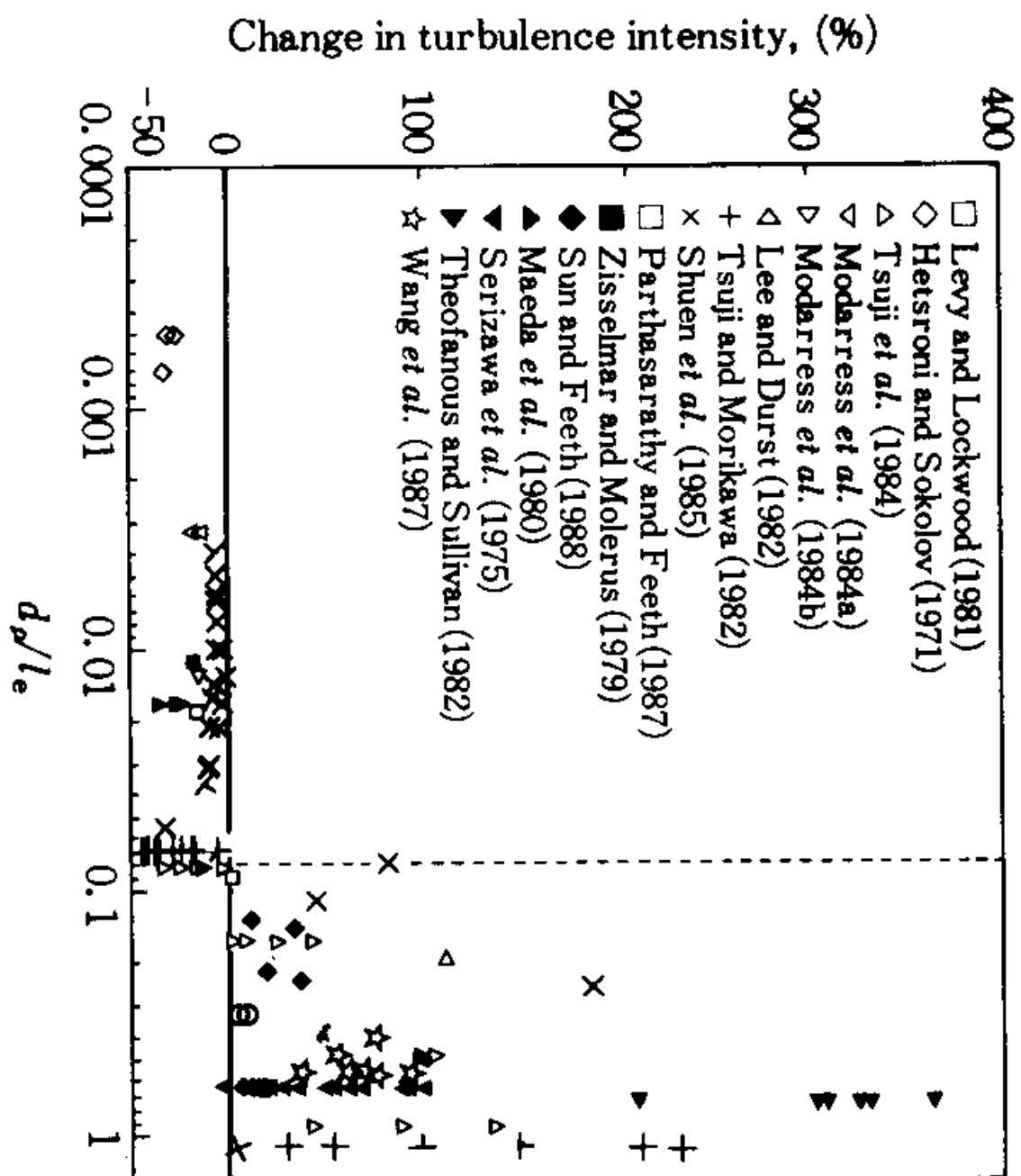


図6 乱流エネルギーの増減と分散相のサイズ

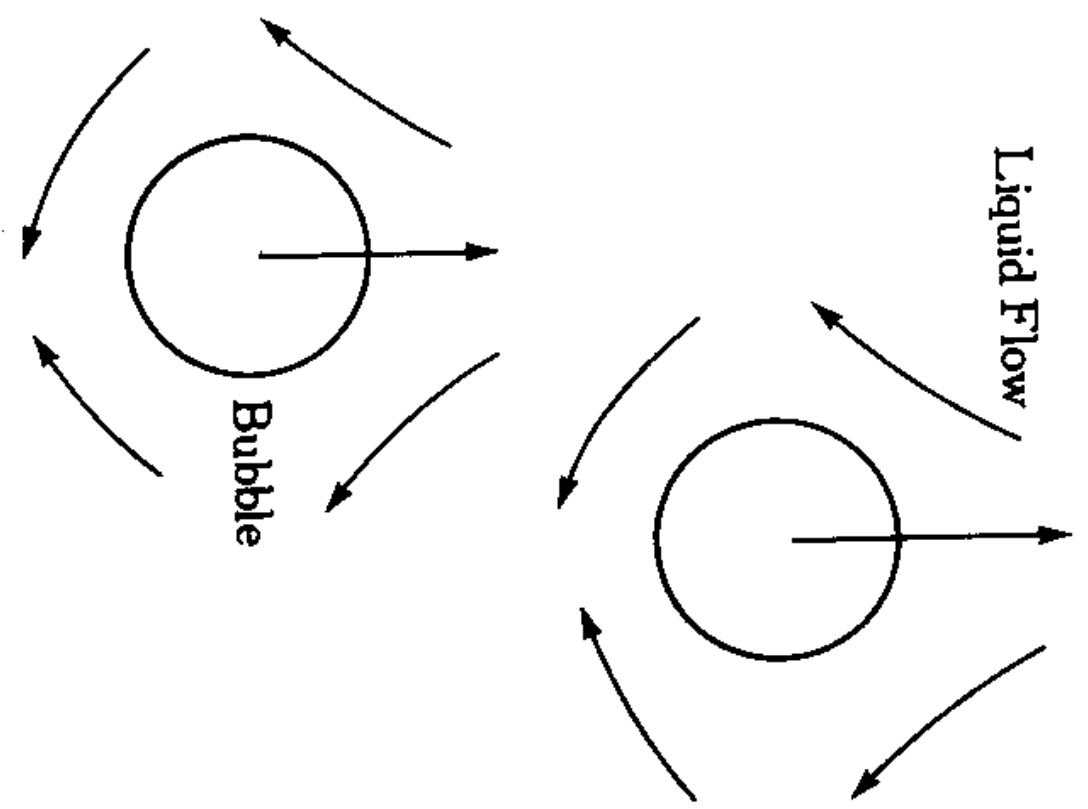


図 4 気液間の相対運動による乱流混合モデル

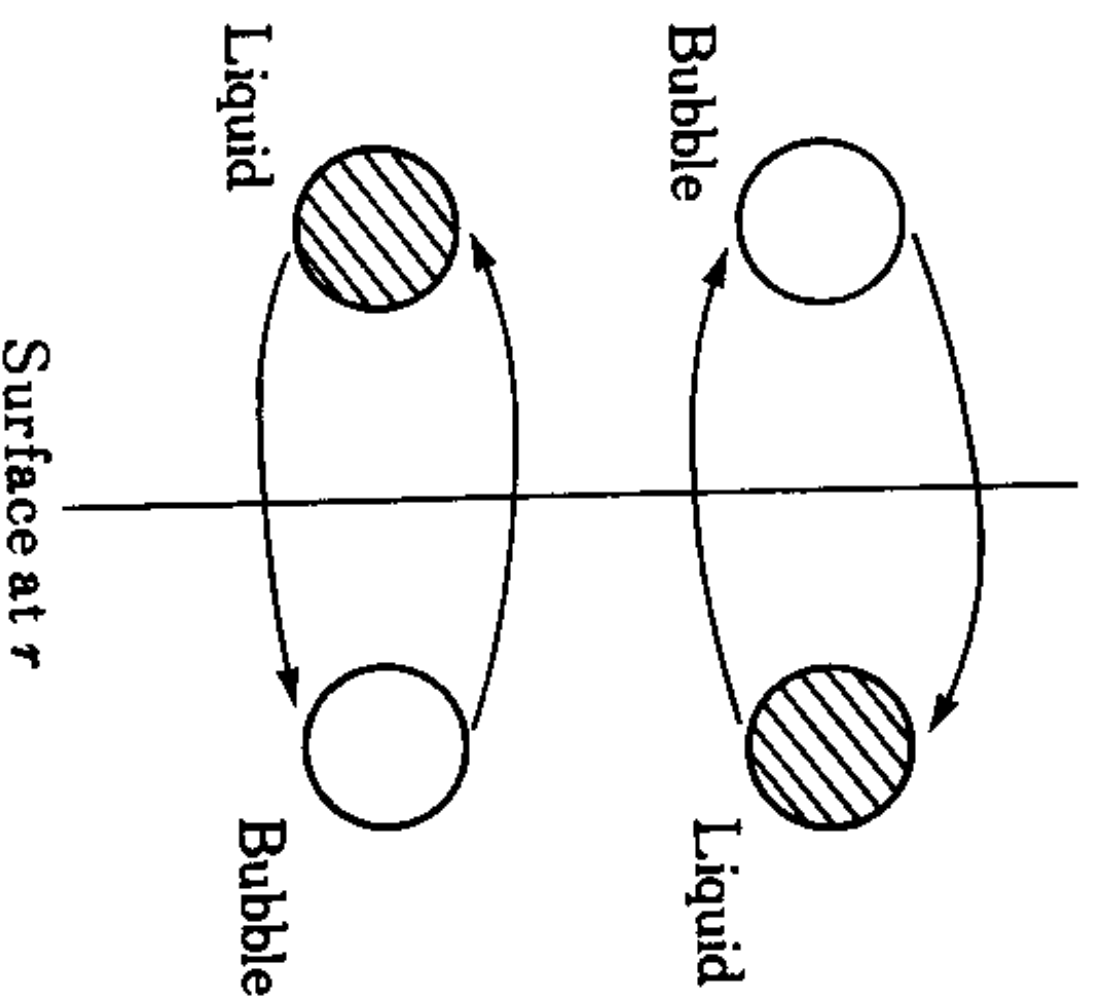


図 5 気液の入れ替れによる乱流混合モデル

二相流乱流の特徴 (モデルの必要性)

二相流乱流の解析

二相界面付近で流れ場の詳細な解析が必要

LES,DNSと界面追跡法

実用的な二相流——界面の形状が極めて複雑

分散流でも粒子数は数百万個かそれ以上

完全な直接解析は事実上無理

統計的手法、様々な二相流乱流モデル(特に界面での乱流ソースターム)

簡単な体系での直接解析によるモデルの構築

二相流乱流の解析モデル研究 の発達

単相乱流の解析モデルの発達を基に進展

混合距離モデル(0方程式モデル)

1方程式モデル(k 方程式と混合距離)

2方程式モデル(k - ε モデル、 k - k_L モデル等)

応力方程式モデル

格子乱流モデル(LES)

直接シミュレーション(DNS)

気液界面追跡手法

(MAC、ALE、VOF、Level Set、MARS等)

気液二相乱流の解析方法

Euler-Euler法

気相、液相とも連続体として解く

Euler-Lagrange法

連続相は連続体、分散相は個々の粒子の軌跡を
計算

One-Way Method

分散粒子により連続相乱流は変化しない(低濃度)

Two-Way Method

分散粒子による連続相乱流の変化を考慮

気液二相乱流の解析モデル

他の二相流に比べて遅れている

原子炉、ボイラー等への応用のため実験、解析は早くから行われてきた

流動様式の多様さ、気液界面の変形

乱流の解析モデルの開発は一部（気泡流、液滴流、スムーズな液膜流）に限られている。

混合距離モデル、1方程式モデル、2方程式モデル、応力方程式モデルが目的に応じて用いられている

0方程式モデル

乱流拡散係数または混合距離を用いて速度分布を計算する方法

単相流の式(円管)

$$\tau = \rho(v + \varepsilon) \frac{du}{dy} \qquad \tau = \tau_w (1 - y/r_w)$$

二相流の式(円管) $y = r_w - r$

$$\tau = \rho(v + \varepsilon_{TP}) \frac{du_L}{dy} \qquad \tau = \frac{r}{r_w} \tau_w \pm \frac{r}{2} (\rho_m - \bar{\rho}) g$$

$$\bar{\rho} = \frac{2}{r^2} \int_0^r \{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l\} r dr \qquad \rho_m = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} \{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l\} r dr$$

0方程式モデル

気液二相流の乱流拡散係数

$$\varepsilon_{TP} = \varepsilon_{sp} + \varepsilon_B$$

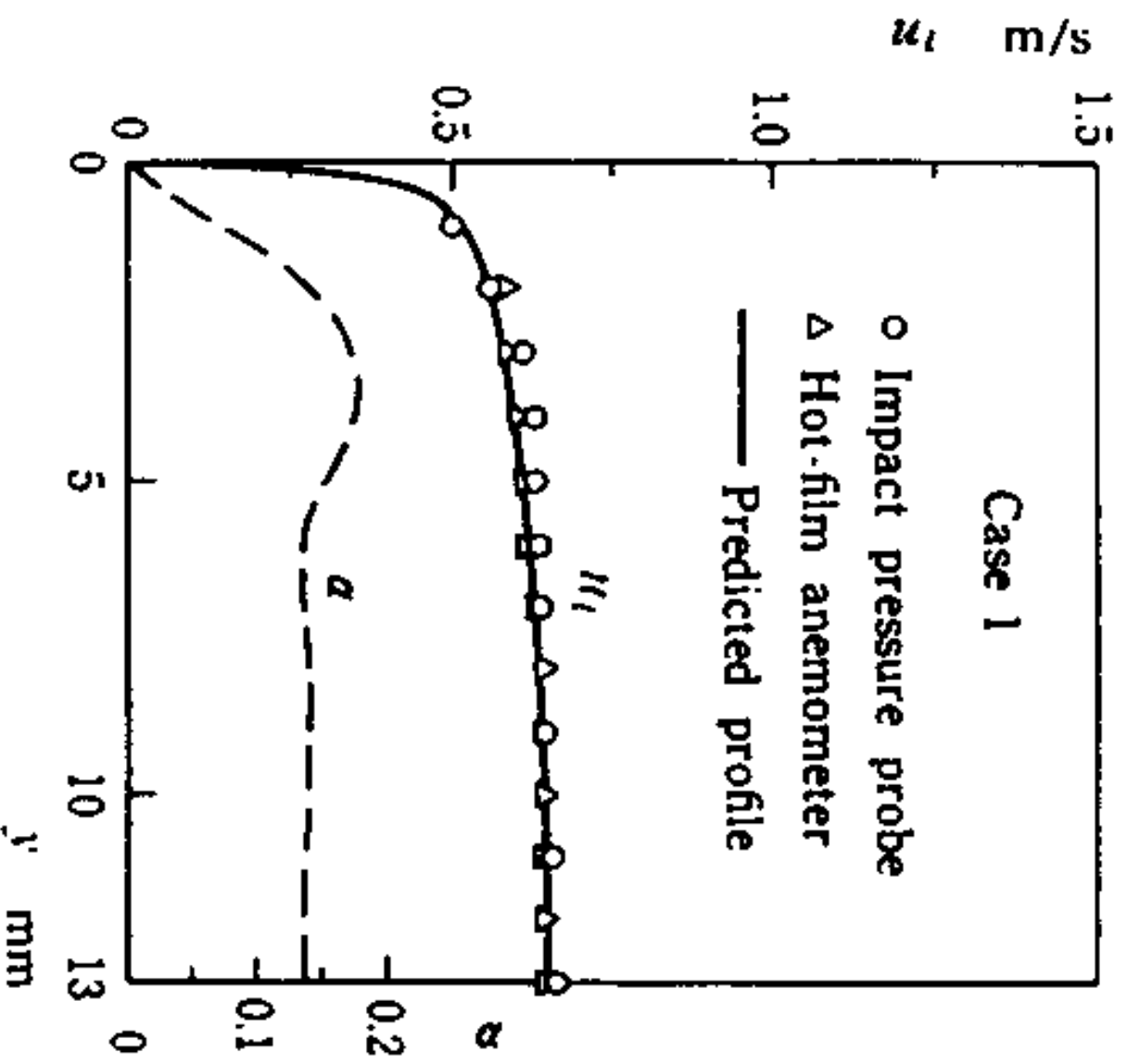
ε_{SP} 单相の乱流拡散係数

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = (0.109)^2 u^+ y^+ [1 - \exp\{(0.109)^2 u^+ y^+\}] \quad (y^+ \leq 26)$$

$$= (0.36)^2 \left(\frac{du^+}{dy^+} \right)^3 / \left(\frac{d^2 u^+}{dy^{+2}} \right)^2 \quad (y^+ > 26)$$

ε_B 気泡による乱流拡散係数

$$\varepsilon_B = 0.6\alpha(u_B - u_L)$$



1 方程式モデル

乱流拡散係数を混合距離と乱流速度で与える。

$$\tau = \rho(\nu + \varepsilon) \frac{du}{dy} = \rho(\nu + \ell u') \frac{du}{dy}$$

乱流速度 u' を乱流エネルギー $k = (1/2) \overline{u'^2}$

の保存方程式を解いて求める

混合距離は与える。 $\ell = 0.4y$

单相の乱流エネルギーの保存式(管内流、定常
発達) $\beta_1=0.40$, $\beta_2=0.15$, $\gamma_1=0.06$

$$\frac{1}{r_w - y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (r_w - y) \left(\frac{v_L}{2} + \beta_2 \sqrt{k} \ell \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + \beta_1 \sqrt{k} \ell \left(\frac{\partial V_L}{\partial y} \right)^2 - \gamma_1 \frac{(\sqrt{k})^3}{\ell} - v_L \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 = 0$$

1 方程式モデル

気泡流の場合（定常、発達した流れ）

$$\begin{aligned} & \frac{1}{R-y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (R-y)(1-\alpha) \left(\frac{v_L}{2} + \beta_2 \sqrt{k} \ell_{TP} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + \beta_1 \sqrt{k} \ell_{TP} (1-\alpha) \left(\frac{\partial u_L}{\partial y} \right)^2 - \gamma_1 (1-\alpha) \frac{(\sqrt{k})^3}{\ell_{TP}} - K_2 \alpha \frac{(\sqrt{k})^3}{d_B} \\ & + K_1 \frac{3}{4d_B} \alpha C_D U_T^3 \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{yu_f}{26v_L} \right) \right\} - v_L \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 = 0 \quad (k = v_{Lx}^2 + v_{Ly}^2 + v_{Lz}^2) \end{aligned}$$

$$\tau_L = \rho_L (v_L + \ell_{TP} v_L') \frac{\partial v_L}{\partial y}$$

$$\ell_{TP} = \ell_B + \ell_{SP}$$

$$\ell_{SP} = 0.4y \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{yu_f}{v_L} \right) \right\}$$

$$\ell_B = (1/3)d_B \alpha$$

$$((3/2)d_B \leq y \leq R)$$

$$= (1/6) \{ d_B + (y - 0.5d_B) \} \alpha$$

$$(d_B \leq y \leq (3/2)d_B)$$

$$= (1/6) \left[d_B + \frac{\{ 4/3 - (y/d_B) \}}{\{ 2 - (4/3)(y/d_B) \}} \right] \alpha \quad (0 \leq y \leq d_B)$$

$$\beta_1=0.56, \quad \beta_2=0.38, \quad \gamma_1=0.18, \quad K_1=0.075, \quad K_2=1.0$$

1 方程式モデル

気液界面のソースターム

気泡による乱流発生項

$$K_1 \frac{3}{4d_B} \alpha C_D U_T^3 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{yu_f}{26v_L}\right) \right\}$$

気泡による乱流吸収項

$$-K_2 \alpha \frac{(\sqrt{k})^3}{d_B}$$

この両者のバランスにより気泡流の乱流エネルギーは単相流に比べて増減する

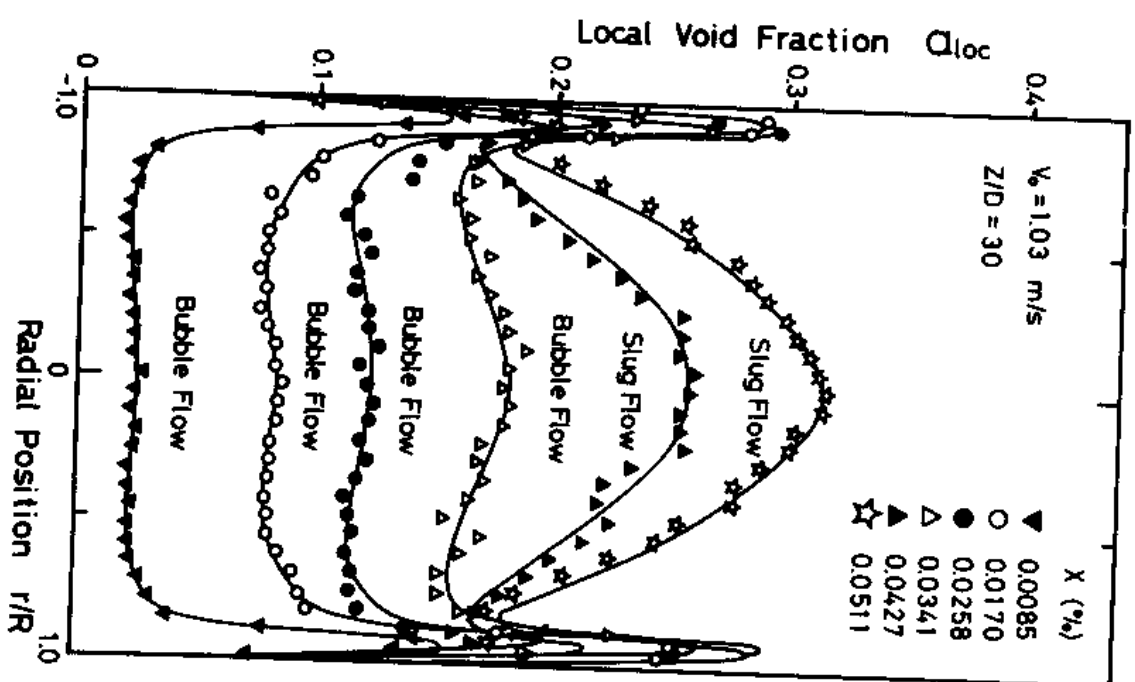
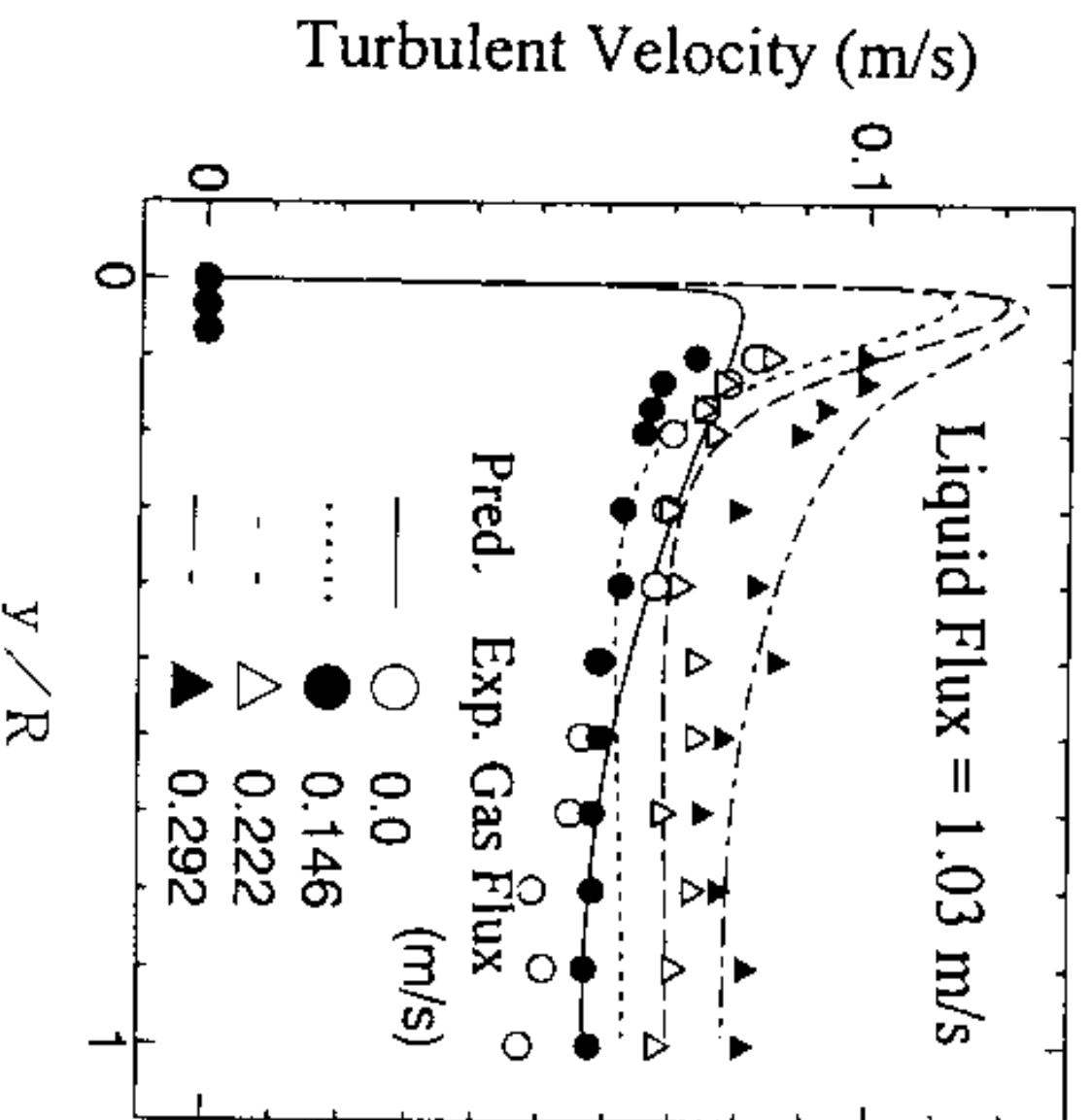
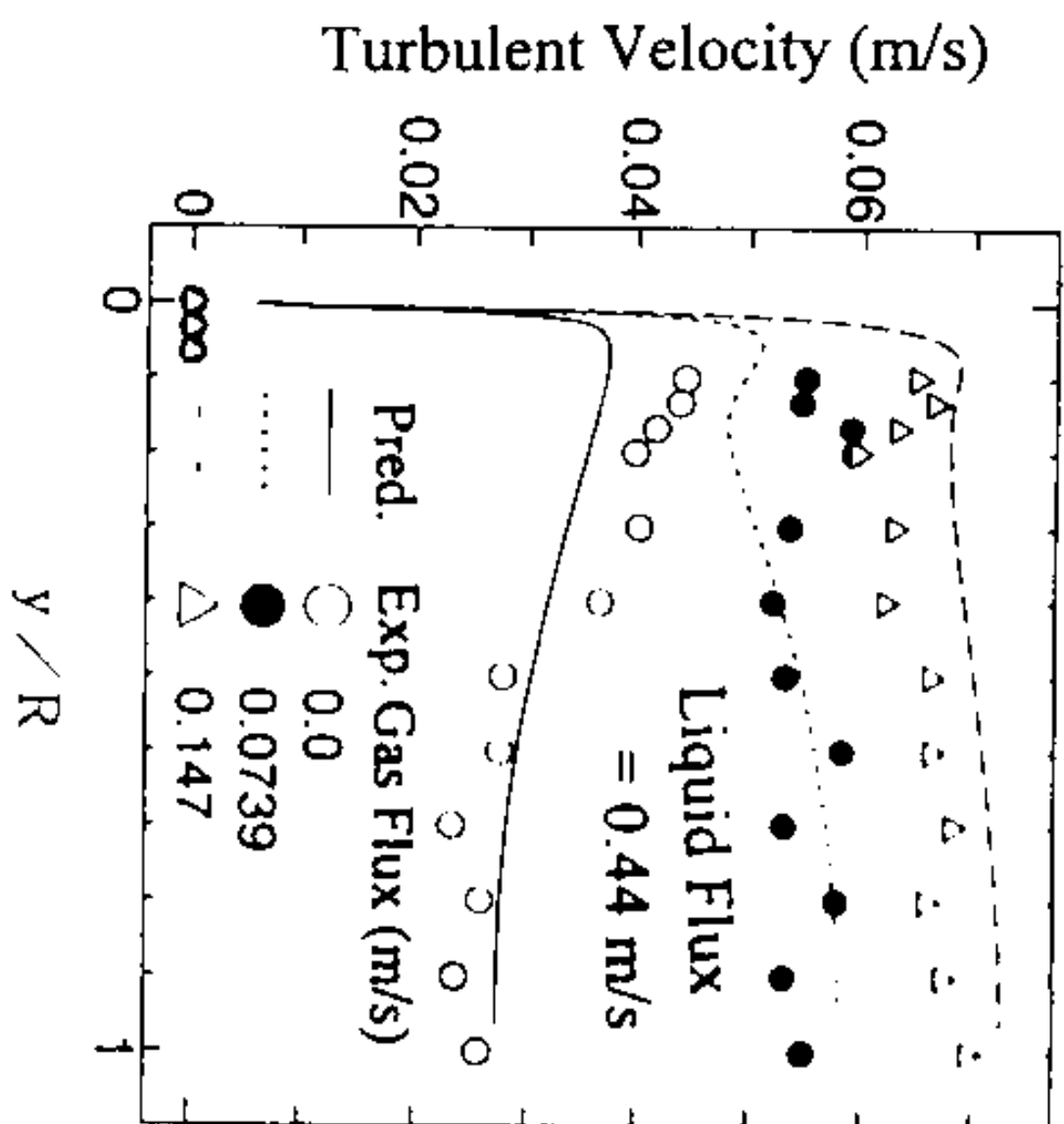


Figure 5. Void fraction profiles.

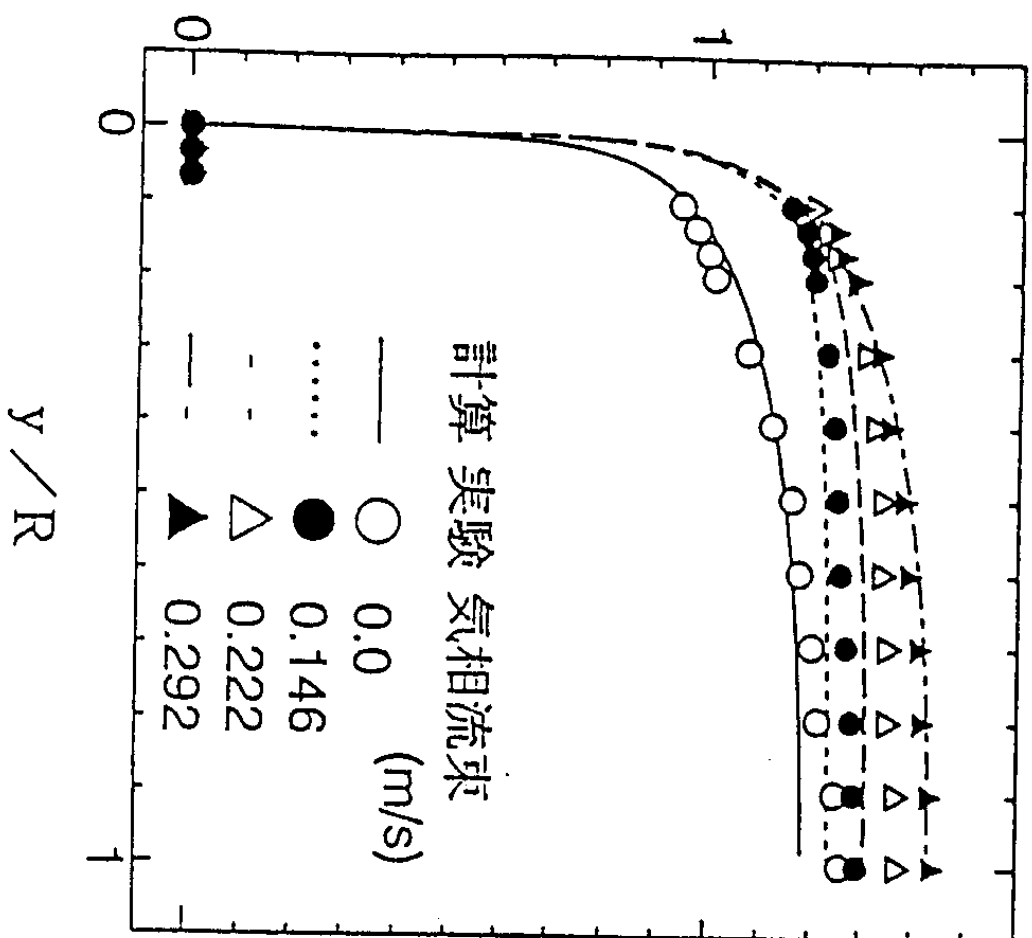


Prediction of turbulent velocity distribution



流速分布 液流速 = 1.03 m/s

平均速度 (m/s)



2方程式モデル

乱流エネルギー k と乱流エネルギー消散 e_L の保存式を解く

$$e_L = \nu_L \overline{\left(\frac{\partial u_{Li}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_{Li}}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial u_{Li}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}$$

気泡流の場合(定常、発達した流れ)

$$\frac{1}{R-y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (R-y)(1-\alpha) \frac{\varepsilon_{TP}}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + \varepsilon_{TP} (1-\alpha) \left(\frac{\partial u_L}{\partial y} \right)^2 - (1-\alpha) e_L + \frac{\Phi_K}{\rho_L} = 0$$

$$\frac{1}{R-y} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (R-y)(1-\alpha) \frac{\varepsilon_{TP}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial e_L}{\partial y} \right\} + c_1 \varepsilon_{TP} (1-\alpha) \frac{e_L}{k} \left(\frac{\partial u_L}{\partial y} \right)^2 - c_2 (1-\alpha) \frac{e_L^2}{k} + \frac{\Phi_\varepsilon}{\rho_L} = 0$$

乱流拡散係数はこれらから

$$\varepsilon_{TP} = c_\mu \frac{k^2}{e_L}$$

$$c_\mu, c_1, c_2, \sigma_k, \sigma_\varepsilon$$

で与えられる。

は実験から決まる定数。

乱流のソースターム

乱流エネルギーのソースターム

気泡が浮力によりなした仕事乱流エネルギーに成るとするモデル

$$\Phi_k = -c_3 \alpha \frac{\partial P}{\partial z} (u_G - u_L)$$

乱流散逸のソースターム

単相流のk-εモデルを援用

$$\Phi_\varepsilon = -c_4 \frac{e_L}{k} \Phi_k$$

c_3, c_4 も実験により決まる定数

$j_L = 0.71 \text{ m/s}$

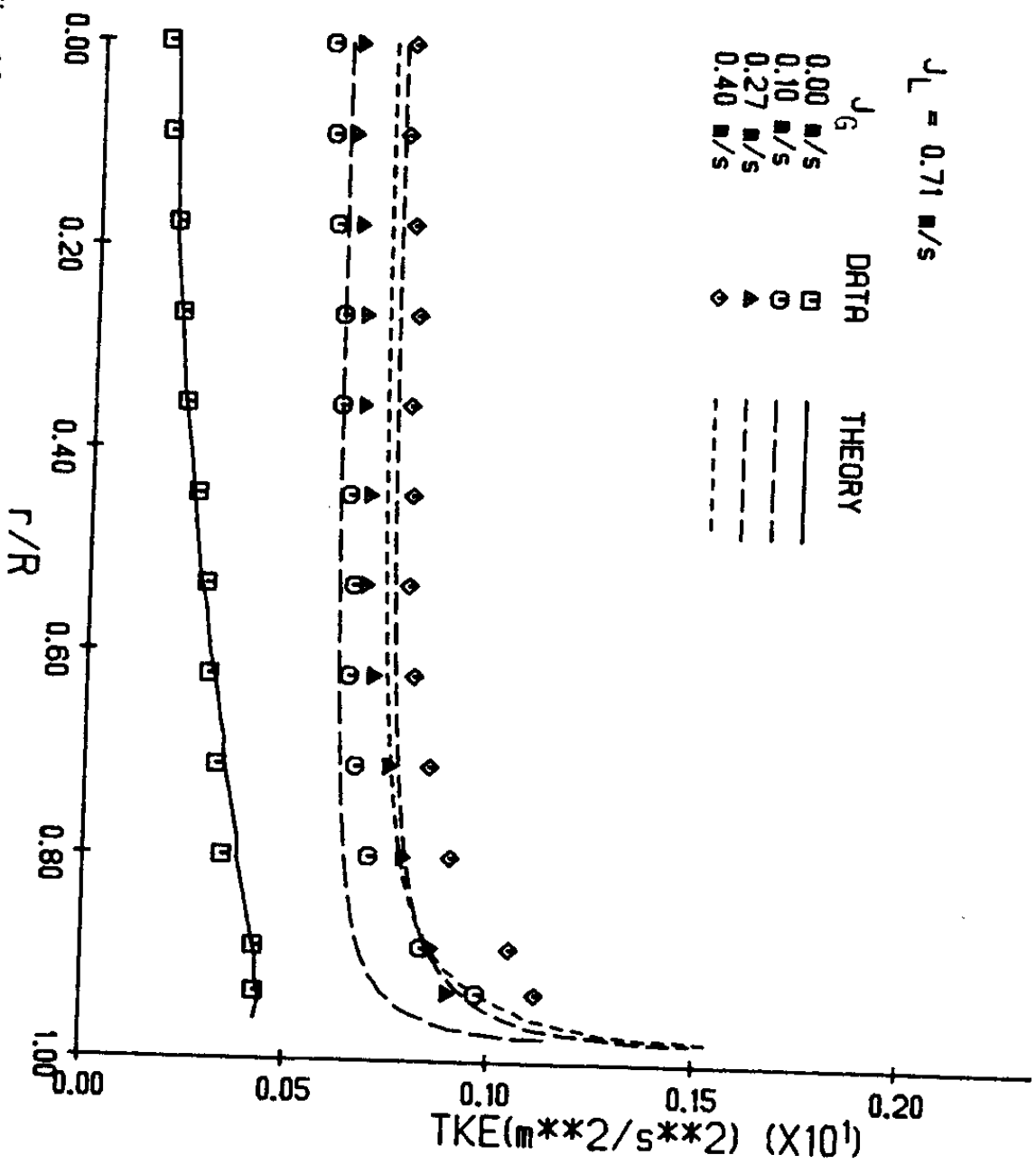


Fig 13. Comparison Between the Predicted and Measured Turbulence Kinetic Energy(K), $j_L = 0.7 \text{ m/s}$

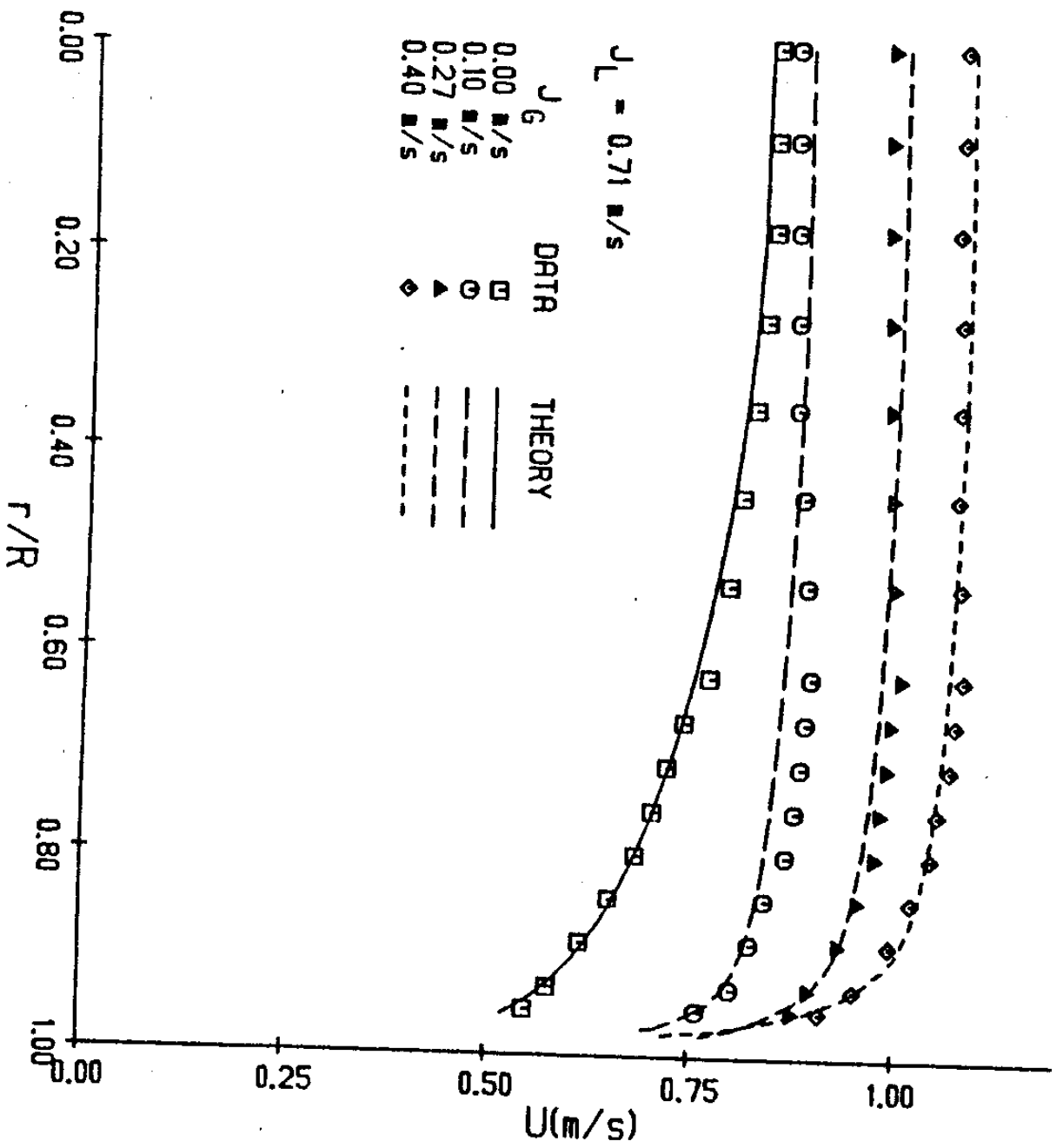


Fig 12. Comparison Between the Predicted and Measured Liquid Axial Mean Velocity, $j_L = 0.71 \text{ m/s}$

界面追跡法

気液界面の動きを直接解析する。

気相、液相についてもナヴィエーストークス式を直接解く

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \text{div}(\rho_k \mathbf{u}_k) = 0$$

$$\frac{\partial(\rho_k \mathbf{u}_k)}{\partial t} + \text{div}(\rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = -\text{grad}P + \mu_k \nabla^2 \mathbf{u}_k + \rho_k \mathbf{g}$$

界面を表す式 $\eta(x,y,z,t)=0$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathbf{u}_i \bullet \text{grad} \eta = 0$$

界面追跡法

界面を追跡する方法(数値解析法)

MAC、ALE、VOF、Level Set、MARS等がある

VOF法 VOF関数 F の輸送方程式を解く

$F=0$ (気相)、 $F=1$ (液相)、 $0<F<1$ (気液界面)

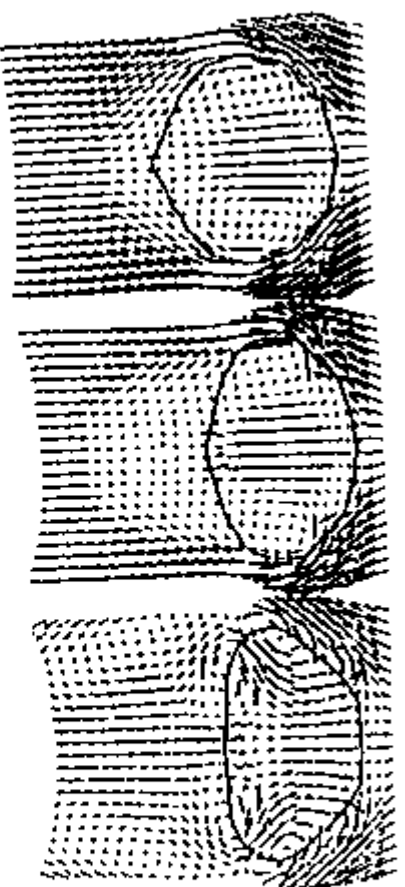
$$\frac{\partial F}{\partial t} + \text{div}(Fu_L) = 0$$

これを用いて、界面の形状及びその周りの
速度場の計算が行われる。

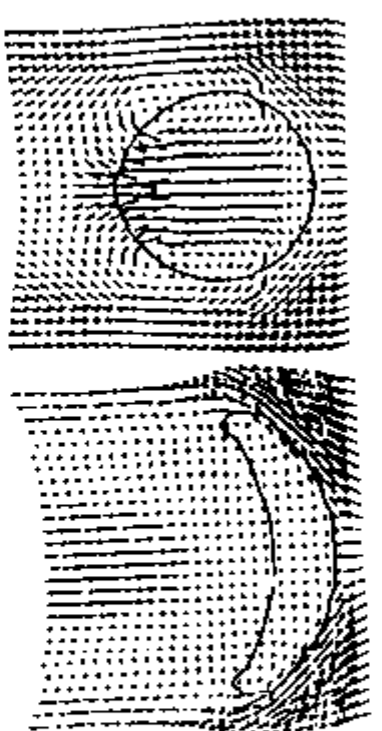
エトヴェス数とモルトン数

$$Mo \equiv \frac{g\mu_L^4}{\rho_L \sigma^3} \quad E_o \equiv \frac{\rho_L g D^2}{\sigma}$$

数個の気泡まで。実際の気泡流には無理。



$Eo=10, M=10^1$ $Eo=10, M=10^{-3}$ $Eo=10, M=10^{-6}$



$Eo=1, M=10^{-3}$ $Eo=70, M=10^{-3}$

Fig. 4 Prediction of bubble shape and flow field based on VOF method⁽¹⁰⁾

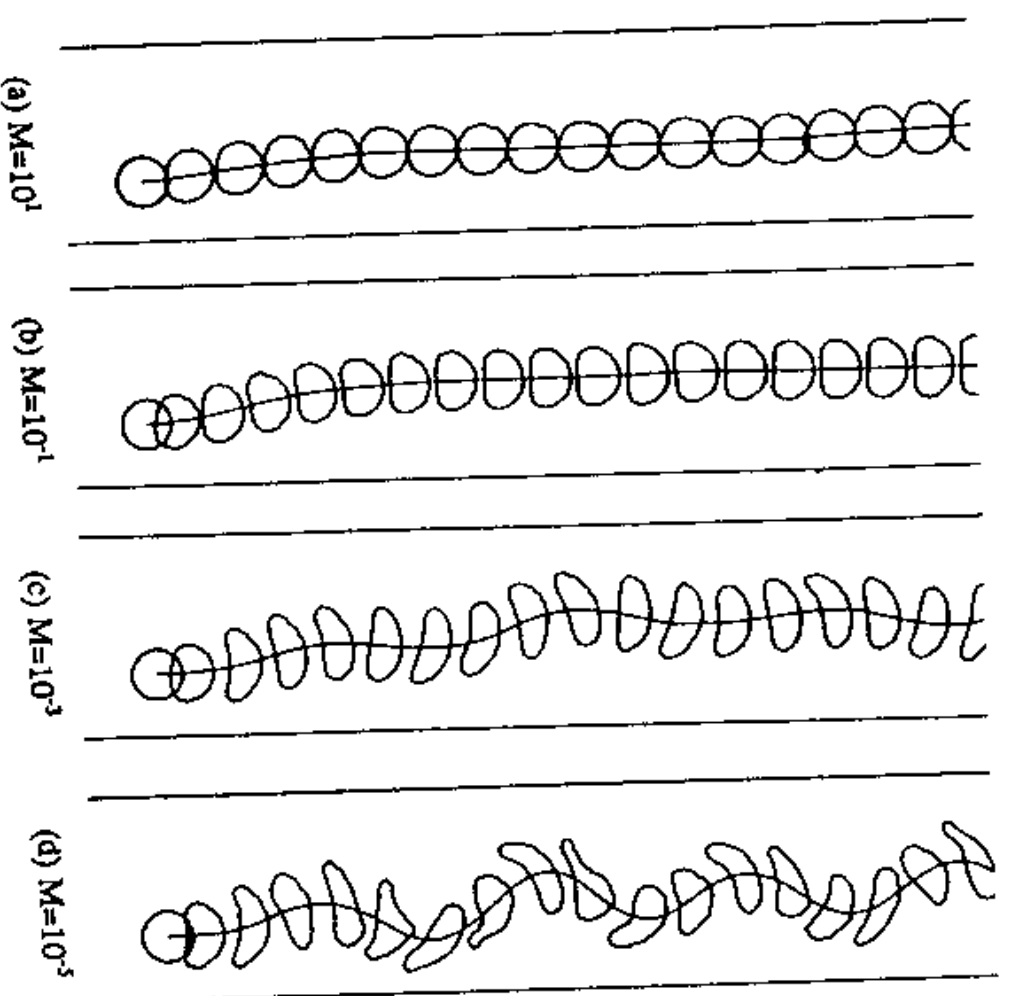


Fig. 5 Prediction of bubble shape and its motion based on VOF method⁽¹⁰⁾

気泡流の多次元解析

気泡噴流による多次元、非定常流れ
気泡群が作り出す大きなスケールの流れ
実用上も重要

原子炉、ボイラー、バイオリアクター、湖水の浄化等
気相、液相共に連続体としてEuler的に解く
気泡の抗力、揚力の影響が大きい

基礎方程式

(連続の式)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_k \rho_k) + \operatorname{div}(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k) = 0 \quad (k = G, L)$$

(運動量の式)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k)}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_k \rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) \\ &= -\alpha_k g \mathbf{a} \mathbf{d} \mathbf{P} - \operatorname{div}\{\alpha_k (\boldsymbol{\tau}_k + \boldsymbol{\tau}_k^t)\} + \alpha_k \rho_k \mathbf{g} + \mathbf{M}_k^D + \mathbf{F}_k \quad (k = G, L) \end{aligned}$$

抗力と揚力

揚力

$$F_G = -F_L = -1.615 \mu_L \frac{6}{\pi d_B^2} \alpha_G (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L) \times \frac{\boldsymbol{\omega}}{\sqrt{|\boldsymbol{\omega}|}}$$

抗力

$$M_G^D = -M_L^D = -\frac{3}{4} C_D \frac{\alpha}{d_B} \rho_L |\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L| (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L)$$

$$C_D = \frac{2}{3} d_B \sqrt{\frac{g \Delta \rho}{\sigma}} \left[\frac{1 + 17.67(1 - \alpha)^{1.3}}{18.67(1 - \alpha)^{1.5}} \right]^2$$

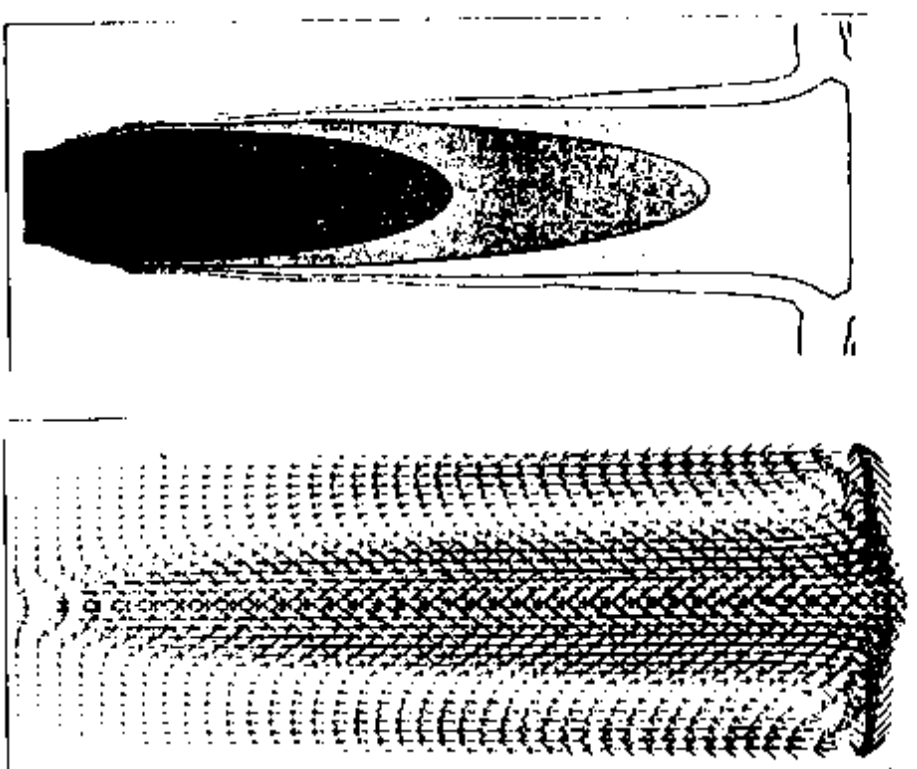


Fig. 6 Prediction of void fraction and liquid velocity distributions in bubble induced natural circulation in cylindrical vessel⁽¹⁶⁾

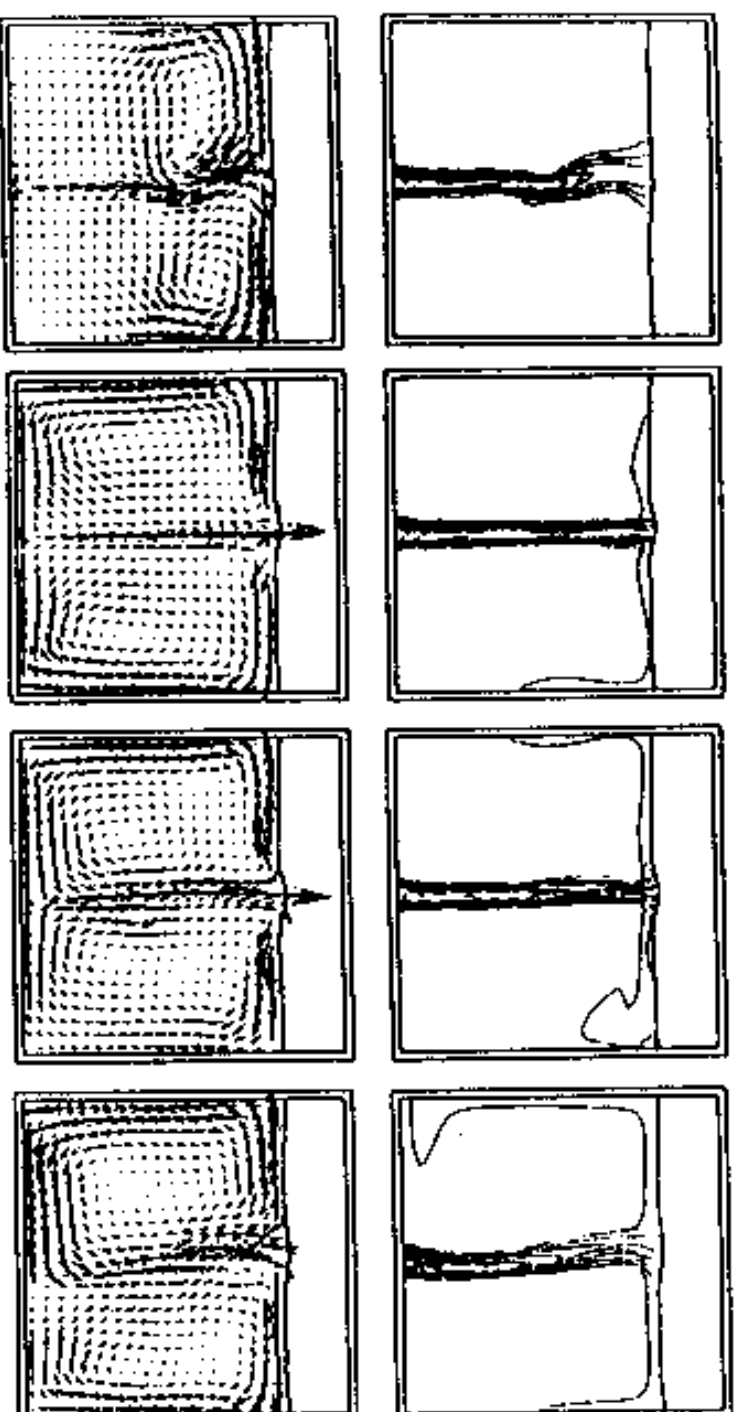


fig. 7 Prediction of void fraction and liquid velocity distributions in bubble induced natural circulation in rectangular vessel⁽¹⁷⁾

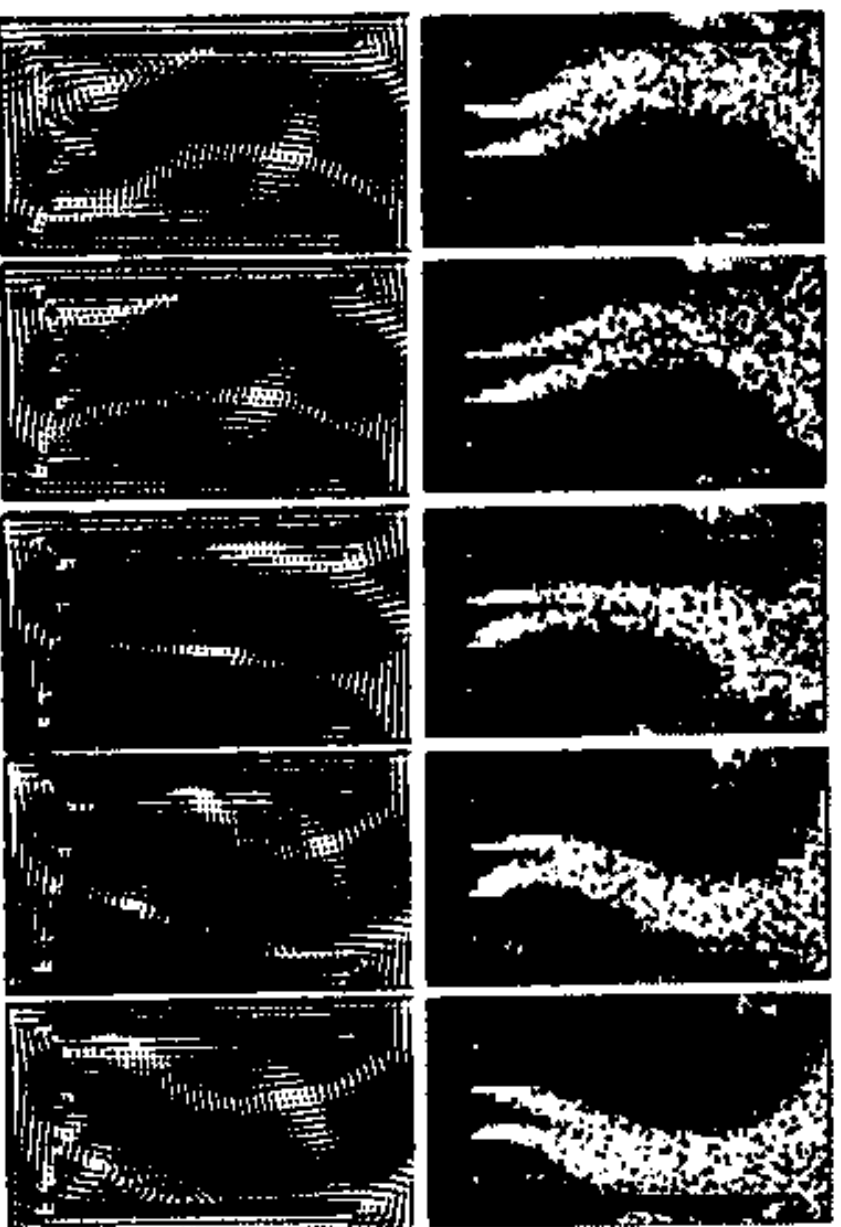


Fig. 8 Prediction of void fraction and liquid velocity distributions in bubble induced natural circulation in rectangular vessel with obstacle⁽¹⁸⁾

気泡流のラグランジュシミュレーション

複雑な体系の中での気泡流の解析

管群内気泡流

気泡は複雑な体系での液相乱流及び壁面との相互作用により複雑な動きをする

気泡の個々の運動について運動方程式を解いて解析する

気泡の運動方程式

$$\frac{\pi}{6}\rho_g d_B^3 \frac{d\mathbf{u}_B}{dt} = -\frac{\pi}{6}\Delta\rho d_B^3 \mathbf{g} + \frac{\pi}{8}C_D\rho_L d_B^2 (\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_B)|\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_B| \\ - \frac{\pi}{12}\rho_L d_B^3 \frac{d(\mathbf{u}_B - \mathbf{u}_{LB})}{dt} + 1.615\mu_L d_B (\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_B) \times \frac{\boldsymbol{\omega}}{\sqrt{|\boldsymbol{\omega}|}}$$

右辺の各項

浮力、抗力(気泡に関するIshiiの式)

仮想質量力、揚力(Saffman 力と同一の形)

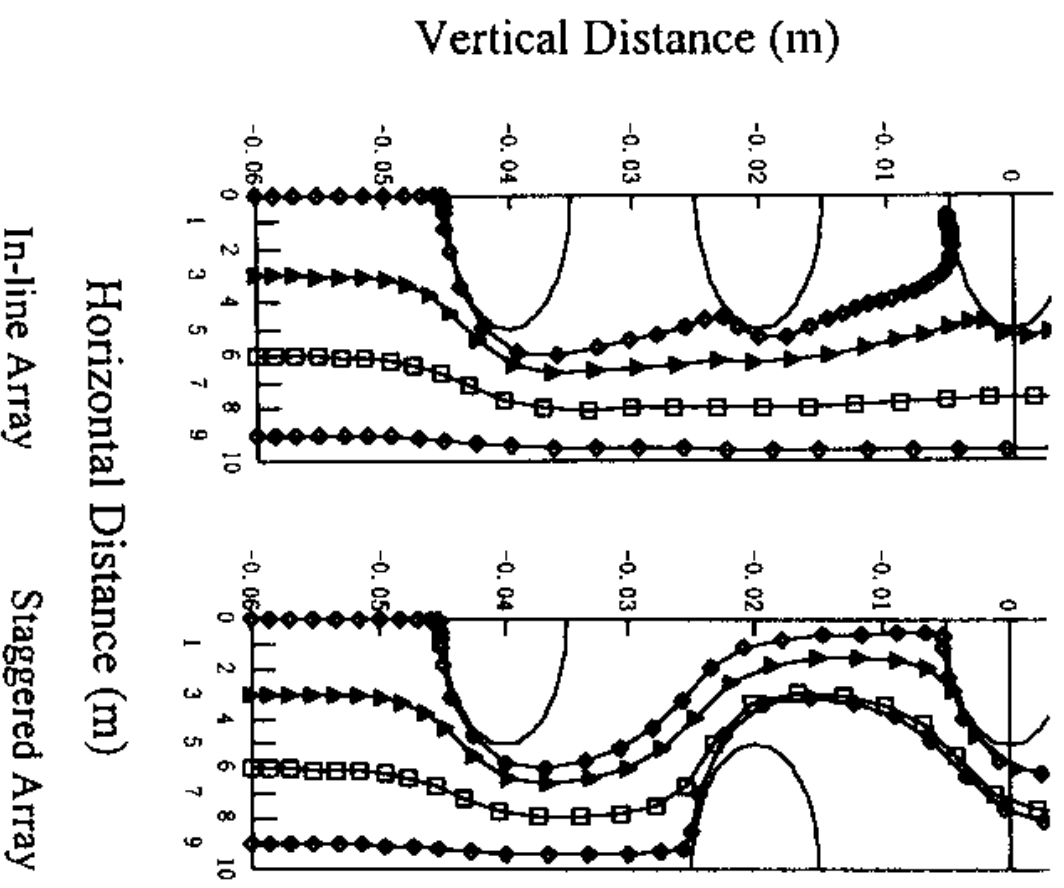


Fig. 9 Lagrange simulation of bubble behavior
bubbly flow in rod bundle⁽²⁴⁾

計算の方法

■基本方針

- ・ラグランジュシミュレーション
- ・液滴の存在による気相の乱流への影響
液滴濃度が小さい場合には考慮せず
大きい場合には考慮

■液滴の運動方程式

$$m_d \frac{du_d}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho_g |u_d - u_g| (u_d - u_g) \frac{\pi D_d^2}{4} + m_d g \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_d} \right)$$

m_d : Droplet mass $\mathbf{x}_d$: Droplet Position ρ_d : Droplet Density $\mathbf{v}_d$: Droplet Velocity

D_d : Droplet Diameter ρ_g : Gas Density $\mathbf{v}_g$: Gas Velocity

C_D : Drag Coefficient $\mathbf{g}^*$: Gravity

乱流場での挙動

気相の瞬時速度：平均値＋乱流変動

$$u_G = \overline{u_G} + u'_G$$

u'_G : 大きさは乱流エネルギーの式から求め
方向はランダム of 仮定して統計的に与える

計算の時間ステップ：液滴が渦をよぎる時間

$$t_s = C_s \ell_T / u'_G$$

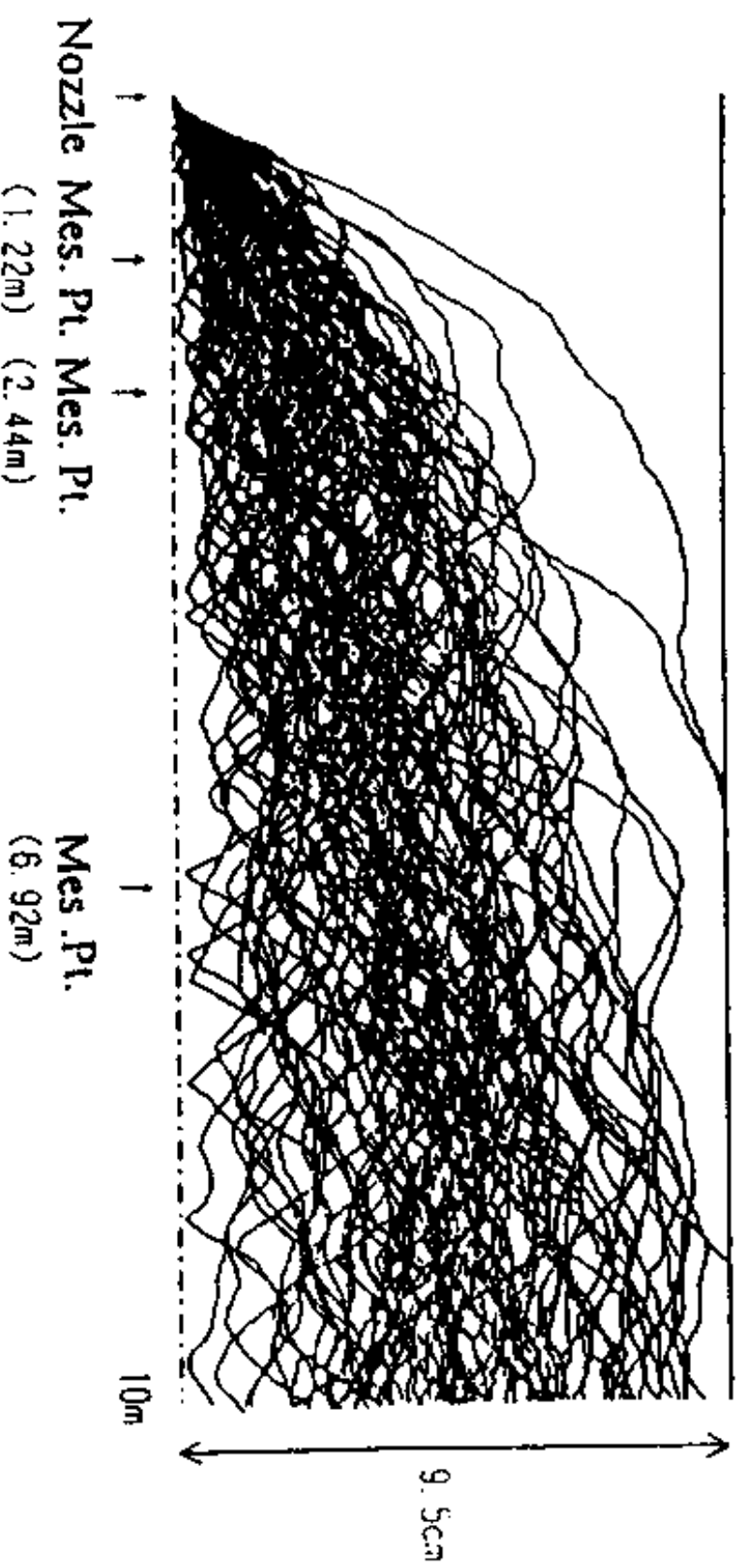
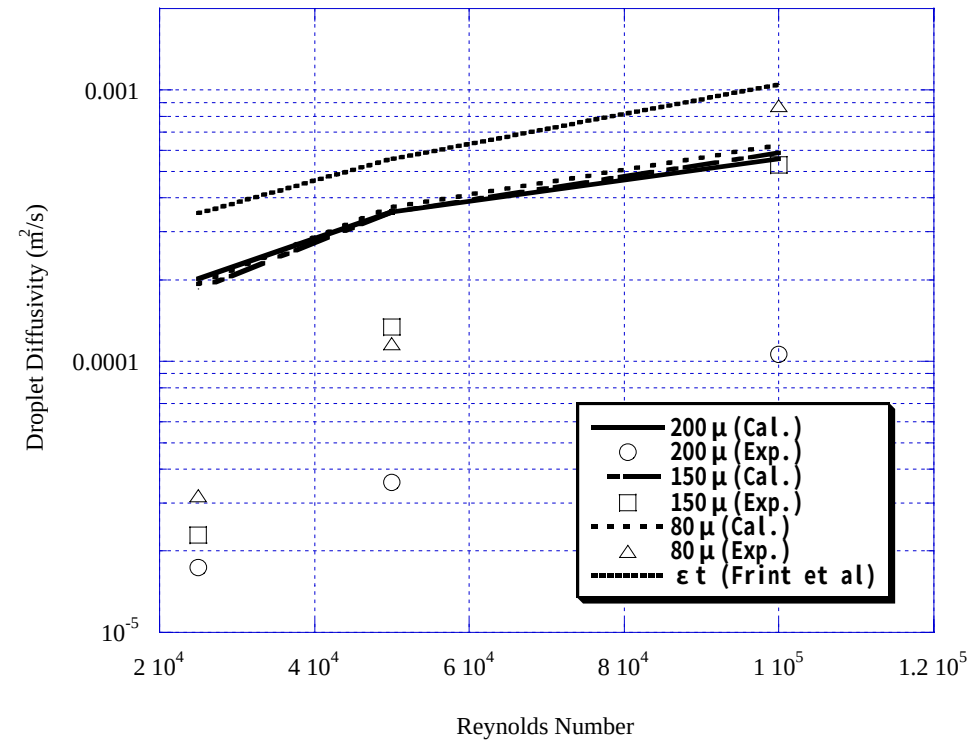


Fig. 10 Lagrange simulation of droplet in
droplet flow in pipe⁽²⁷⁾

シミュレーション結果（液滴拡散係数）

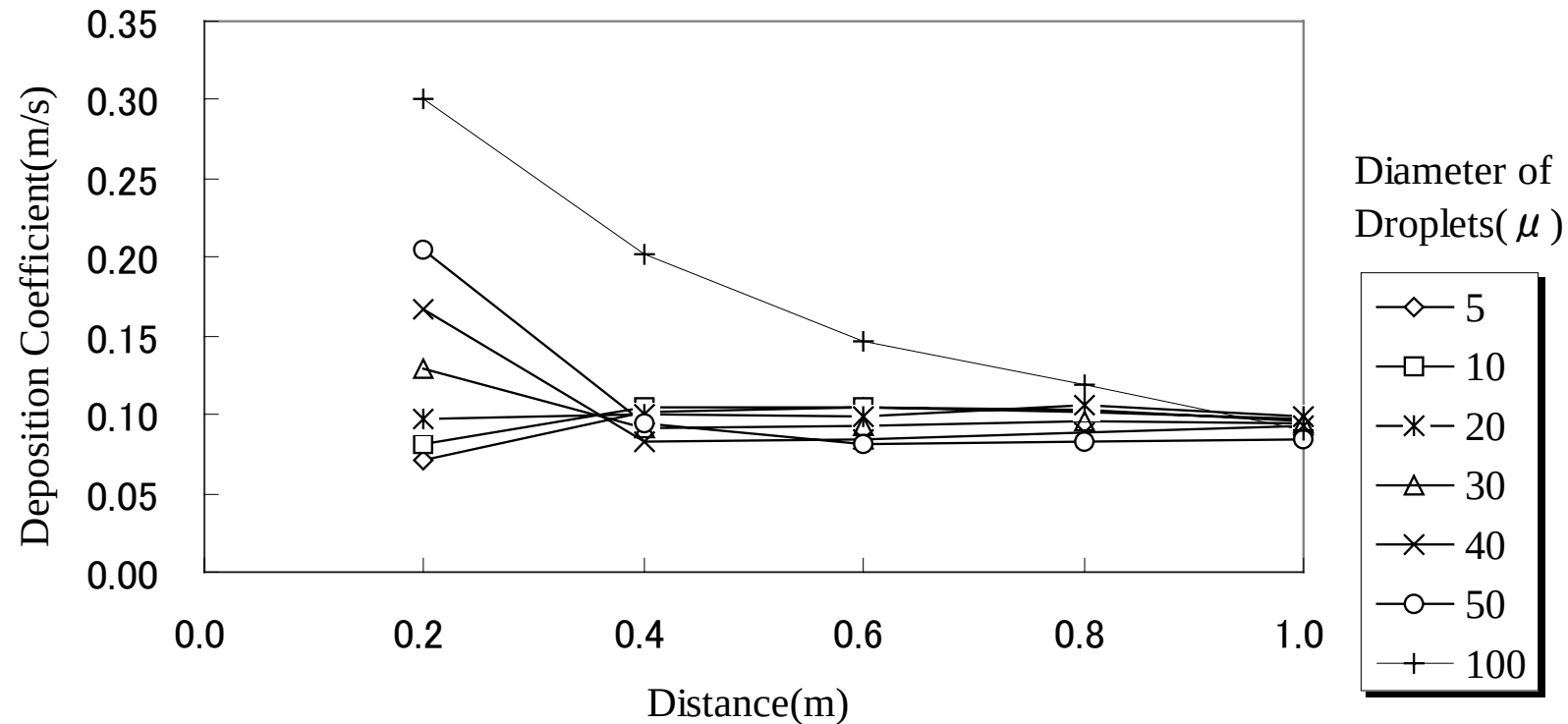
Droplet Diffusivity Comparison between Calculation and Experiment¹⁾



1) T. Ginsberg ANL-7694(1971)

シミュレーション結果（液滴付着係数）

- The Number of Simulated Droplets = 100,000
- The Diameter of Tube = $2.37 \times 10^{-1} \text{m}$
- The Average Velocity of Gas Fluid = 24.7m/s



気液二相乱流の解析モデルの 課題

乱流の解析モデルの実用体系への適用

沸騰二相流の乱流解析

壁面から気泡が発生する(境界層の攪乱)

相変化を伴う、温度変動が大きい

実験、解析が非沸騰二相流に比べて非常に難しい

物質伝達を伴う気液二相流の乱流解析

界面での物質伝達が乱流相互作用に影響

濃度勾配を伴う