第5章気液界面波動と流動様式の遷移

気液界面の波動

- 気液二相流を取り扱う上で最も重要なものの一つ
- 理論的な解析、実験的な解析
- 流動様式の遷移、伝熱限界等多くの現象に応用される
- 理論的な取扱は極めて難しい
  - ポテンシャル流についての解析
  - 微小振幅についての線形解析

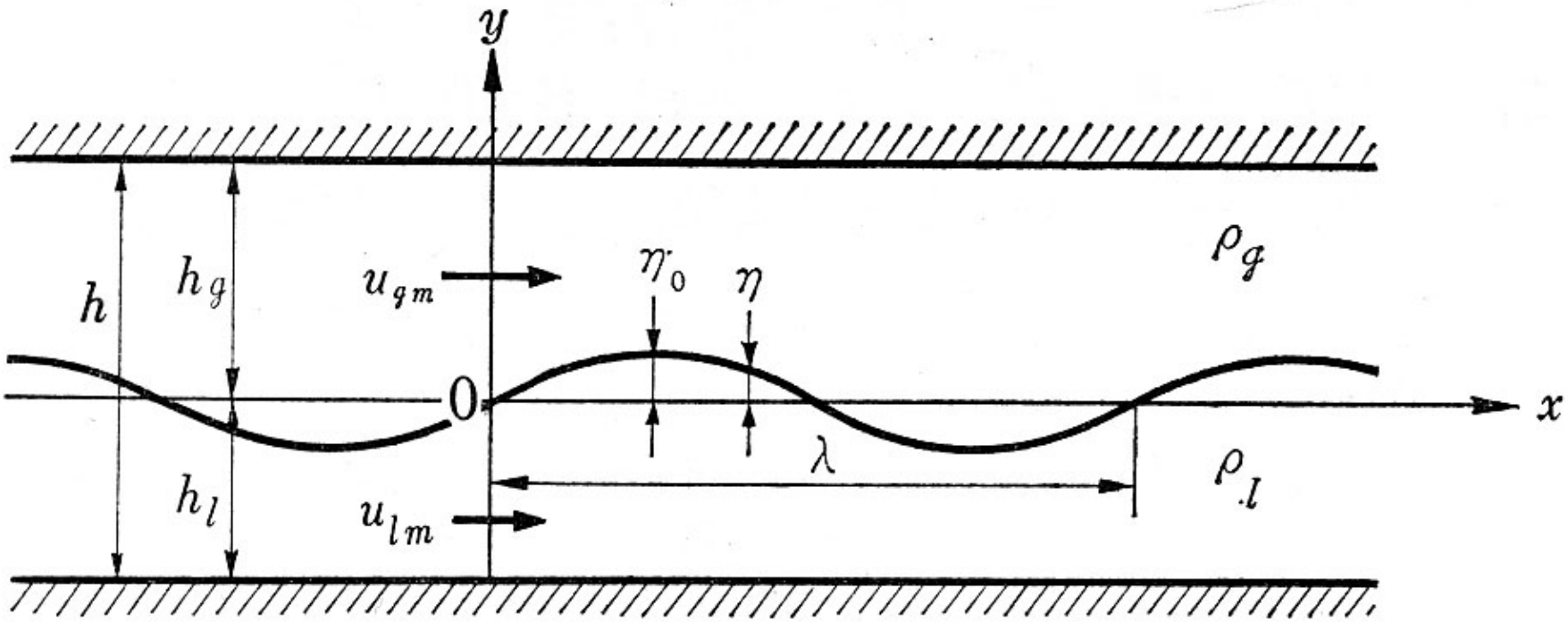


図 5.1　界面の波動

気液界面の波動の解析

２次元の水平二相流の界面波（熱の移動は伴わない）

現象を支配する方程式

気相と液相についての連続の式、運動量の式（ニュートン流体）

（連続の式）

$$\frac{\partial u_g}{\partial x} + \frac{\partial v_g}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$

気液界面の波動の解析

運動量の式（ニュートン流体）

$$\frac{\partial u_g}{\partial t}+u_g\frac{\partial u_g}{\partial x}+v_g\frac{\partial u_g}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_g}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu_g\left(\frac{\partial^2 u_g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_g}{\partial y_2}\right)$$

$$\frac{\partial v_g}{\partial t}+u_g\frac{\partial v_g}{\partial x}+v_g\frac{\partial v_g}{\partial y}=-g-\frac{1}{\rho_g}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu_g\left(\frac{\partial^2 v_g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_g}{\partial y_2}\right)$$

$$\frac{\partial u_L}{\partial t}+u_L\frac{\partial u_L}{\partial x}+v_L\frac{\partial u_L}{\partial y}=-\frac{1}{\rho_L}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu_L\left(\frac{\partial^2 u_L}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_L}{\partial y_2}\right)$$

$$\frac{\partial v_L}{\partial t}+u_L\frac{\partial v_L}{\partial x}+v_L\frac{\partial v_L}{\partial y}=-g-\frac{1}{\rho_L}\frac{\partial p}{\partial y}+\nu_L\left(\frac{\partial^2 v_L}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v_L}{\partial y_2}\right)$$

気液界面の波動の解析

境界条件　$y=h_g$ で　$v_g=0$

$y=-h_L$ で　$v_L=0$

気液境界面で　$v_g=v_L=v_i$

気液境界面の方程式　$y=\eta(x,t)$

dt 時間経つと界面はy方向にv_i dt, x方向に

u_i dt移動するので

$$y+v_i dt=\eta(x+u_i dt, t+dt)=\eta(x,t)+\frac{\partial\eta}{\partial x}u_i dt+\frac{\partial\eta}{\partial t}dt$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+u_i\frac{\partial\eta}{\partial x}=v_i$$

気液界面の波動の解析

運動量の境界条件

気液境界面で　$p_l - p_g = -\sigma/R$

R:曲率半径

$$\frac{1}{R} = \frac{\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\{\sqrt{1+(\partial\eta/\partial x)^2}\}^3} \cong \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

気液界面の波動の解析

以上の方程式を解くことにより、気相液相の速度場と、界面の形状の変化が求まり、過界面の波動が完全に解析できる。

実際には、低レイノルズ数の場合以外は殆ど解析ができない

ポテンシャル流を仮定した解析

界面波の波長と伝播速度の関係を求める

実用上重要な界面現象の把握に役立つ

界面波の解析の方法

ポテンシャル流を仮定

界面波の形を微小振幅の線形波を与える

界面も境界として、速度ポテンシャルを求める

求めた速度ポテンシャルから速度、圧力を求め、界面での運動量バランス式を満たすように、波長と伝播速度の関係を求める。

非粘性流

渦度の保存則より初期に渦がなければ流れには渦は発生しない　$\zeta_k = \mathrm{rot}\ \mathbf{u}_k = 0$

ストークスの定理 $\oint_C \mathbf{u}_k ds = \iint_S \mathrm{rot}\mathbf{u}_k dS$

速度ポテンシャルϕ_kが存在する（ポテンシャル流）

$$u_k = -\frac{\partial \phi_k}{\partial x} \qquad v_k = -\frac{\partial \phi_k}{\partial y}$$

連続の式 $\frac{\partial u_k}{\partial x} + \frac{\partial v_k}{\partial y} = 0$ は $\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_k}{\partial y^2} = 0$

ポテンシャル流の解

ラプラスの式 $$\frac{\partial^2\phi_k}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi_k}{\partial y^2}=0$$

を変数分離法により解く

$$\phi_k=-u_{km}x+Y(y)\cos k(x-ct)$$

ここで気液界面を微少な線形波とする

$$\eta=\eta_0\sin k(x-ct)$$

C : 波の速度、λ : 波の波長　$k=2\pi/\lambda$,　$k\eta=2\pi\eta/\lambda \fallingdotseq 0$

このときラプラスの方程式は

$$\frac{d^2Y}{dy^2}-k^2Y=0$$

双曲線関数

二階の微分方程式 $\frac{d^2Y}{dy^2} - k^2 Y = 0$

の独立な解 Y=a*sinh*ky+b*cosh*ky

Y=C_1exp(ky)+C_2exp(-ky)と同等

$$\sinh ky = \frac{e^{ky} - e^{-ky}}{2} \qquad \cosh ky = \frac{e^{ky} + e^{-ky}}{2}$$

$$(\sinh ky)' = k \cosh ky \qquad (\cosh ky)' = k \sinh ky$$

$$\sinh 0 = 0 \qquad \cosh 0 = 1$$

$$\sinh(\alpha + \beta) = \sinh \alpha \cosh \beta + \cosh \alpha \sinh \beta$$

$$\cosh(\alpha + \beta) = \cosh \alpha \cosh \beta + \sinh \alpha \sinh \beta$$

$$\sinh(-y) = -\sinh y \qquad \cosh(-y) = \cosh y$$

ポテンシャル流の解

速度ポテンシャルは

$$\phi_k = -u_{km}x + (a_k \cosh ky + b_k \mathrm{sihhky}) \cos k(x - ct)$$

気相の上面でy方向速度0

$$v_g\Big|_{y=h_g} = -\frac{\partial \phi_g}{\partial y}\Bigg|_{y=h_g} = (a_g k \sinh kh_g + b_g k \cosh kh_g) \cos k(x - ct) = 0$$

$$b_g = -a_g \sinh kh_g / \cosh kh_g$$

これを代入して

$$\phi_g = -u_{gm}x + \frac{a_g}{\cosh kh_g} \cosh k(h_g - y) \cos k(x - ct)$$

$$= -u_{gm}x + A_g \cosh k(h_g - y) \cos k(x - ct)$$

ポテンシャル流の解

界面での気相のy方向速度、気相はu_{gm}で動いているので

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{gm}\frac{\partial \eta}{\partial x} = v_i$$

A_gの求め方

$$v_g\Big|_{y=\eta} = -\frac{\partial \phi_g}{\partial y}\Bigg|_{y=\eta} = A_g k \sinh k(h_g - \eta)\cos k(x - ct) \cong A_g k \sinh kh_g \cos k(x - ct)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u_{gm}\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\eta_0 kc \cos k(x - ct) + \eta_0 k u_{gm} \cos k(x - ct)$$

この２式から

$$A_g \cong \frac{\eta_0 (u_{gm} - c)}{\sinh kh_g}$$

ポテンシャル流の解

以上から気相の速度ポテンシャルは

$$\phi_g = -u_{gm}x + \eta_0(u_{gm} - c)\frac{\cosh k(h_g - y)}{\sinh kh_g}\cos k(x - ct)$$

同様にして液相の速度ポテンシャルも求まる

$$\phi_L = -u_{Lm}x - \eta_0(u_{Lm} - c)\frac{\cosh k(h_L + y)}{\sinh kh_L}\cos k(x - ct)$$

運動方程式

粘性がない流れ（完全流体）

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial u_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial u_k}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_k}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} + u_k \frac{\partial v_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial v_k}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho_k}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (2)$$

ポテンシャルで書くと

$$-\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial t \partial x} + \frac{\partial \phi_k}{\partial x}\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_k}{\partial y}\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial y \partial x} = -\frac{1}{\rho_k}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad (3)$$

$$-\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial t \partial y} + \frac{\partial \phi_k}{\partial x}\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial y \partial x} + \frac{\partial \phi_k}{\partial y}\frac{\partial^2 \phi_k}{\partial y^2} = -g - \frac{1}{\rho_k}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad (4)$$

運動方程式

(3)式にdxを、(4)式にdyをかけて加える

$$-d\left(\frac{\partial\phi_k}{\partial t}\right)+\frac{1}{2}d\left\{\left(\frac{\partial\phi_k}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\phi_k}{\partial y}\right)^2\right\}=-gdy-\frac{1}{\rho_k}dp_k$$

流線に沿って積分

$$\frac{p_k}{\rho_k}+\frac{1}{2}\left(u_k{}^2+v_k{}^2\right)+gy=\frac{\partial\phi_k}{\partial t}+F(t)$$

すでに求めたϕ_kを代入して圧力分布が求まる

運動方程式

y方向の速度v_kはx方向のu_kに比べて小さいので無視し、速度ポテンシャルはϕ_k*を微少量として

$$\phi_k = -u_{km}x + \phi_k^*$$

$$u_k = u_{km} - \frac{\partial \phi_k^*}{\partial x}$$

$$u_k{}^2 = u_{km}{}^2 - 2u_{km}\frac{\partial \phi_k^*}{\partial x}$$

これらを運動量式に代入して $\overline{p_g}, \overline{p_L}$ を平滑面での気相液相の界面の圧力として

$$p_g = -\rho_g (u_{gm} - c)^2 k \frac{\cosh k(h_g - y)}{\sinh kh_g}\eta_0 \sin k(x - ct) - \rho_g gy + \overline{p_g}$$

$$p_L = \rho_L (u_{Lm} - c)^2 k \frac{\cosh k(h_L + y)}{\sinh kh_L}\eta_0 \sin k(x - ct) - \rho_L gy + \overline{p_L}$$

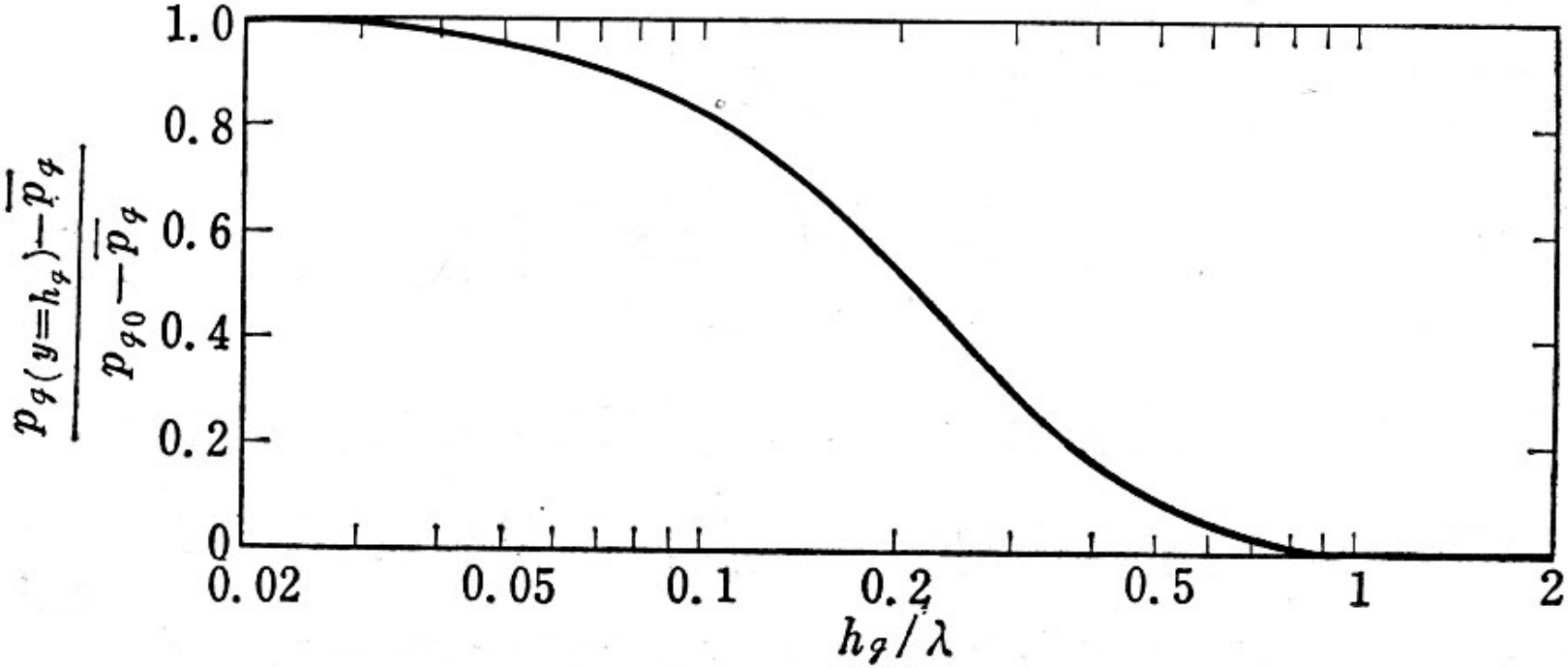


図 5.2　流路上面の圧力変化

界面での圧力

気液界面での圧力は$y=\eta$を代入して$\kappa\eta \fallingdotseq 0$を用いて

$$p_{g0} = -\rho_g[(u_{gm}-c)^2 k \coth kh_g + g]\eta_0 \sin k(x-ct) + \overline{p_g}$$

$$p_{L0} = \rho_L[(u_{Lm}-c)^2 k \coth kh_L - g]\eta_0 \sin k(x-ct) + \overline{p_L}$$

界面での圧力差は表面張力による圧力

$$p_{L0} - p_{g0} = -\sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}$$

これに圧力の式、界面の式を代入して

$$\rho_L (u_{Lm}-c)^2 k \coth kh_L + \rho_g (u_{gm}-c)^2 k \coth kh_g = \sigma k + g(\rho_L - \rho_g)/k$$

これを解いて速度と波長の関係が求まる

界面波の性質

一般的な速度

$$C = \frac{\rho_l u_{lm} I_l + \rho_g u_{gm} I_g}{\rho_l I_l + \rho_g I_g} \pm \sqrt{\frac{\sigma k + (\rho_l - \rho_g) g / k}{\rho_l I_l + \rho_g I_g} - \frac{\rho_l I_l \rho_g I_g}{(\rho_l I_l + \rho_g I_g)^2} (u_{gm} - u_{lm})^2}$$

安定解

$$(u_{gm} - u_{lm})^2 \le \frac{\rho_l I_l + \rho_g I_g}{\rho_l I_l \bullet \rho_g I_g} \left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + \frac{(\rho_l - \rho_g)\lambda g}{2\pi} \right]$$

$I_L = \coth kh_L = \coth 2\pi h_L/\lambda,$

$I_g = \coth kh_g = \coth 2\pi h_g/\lambda$

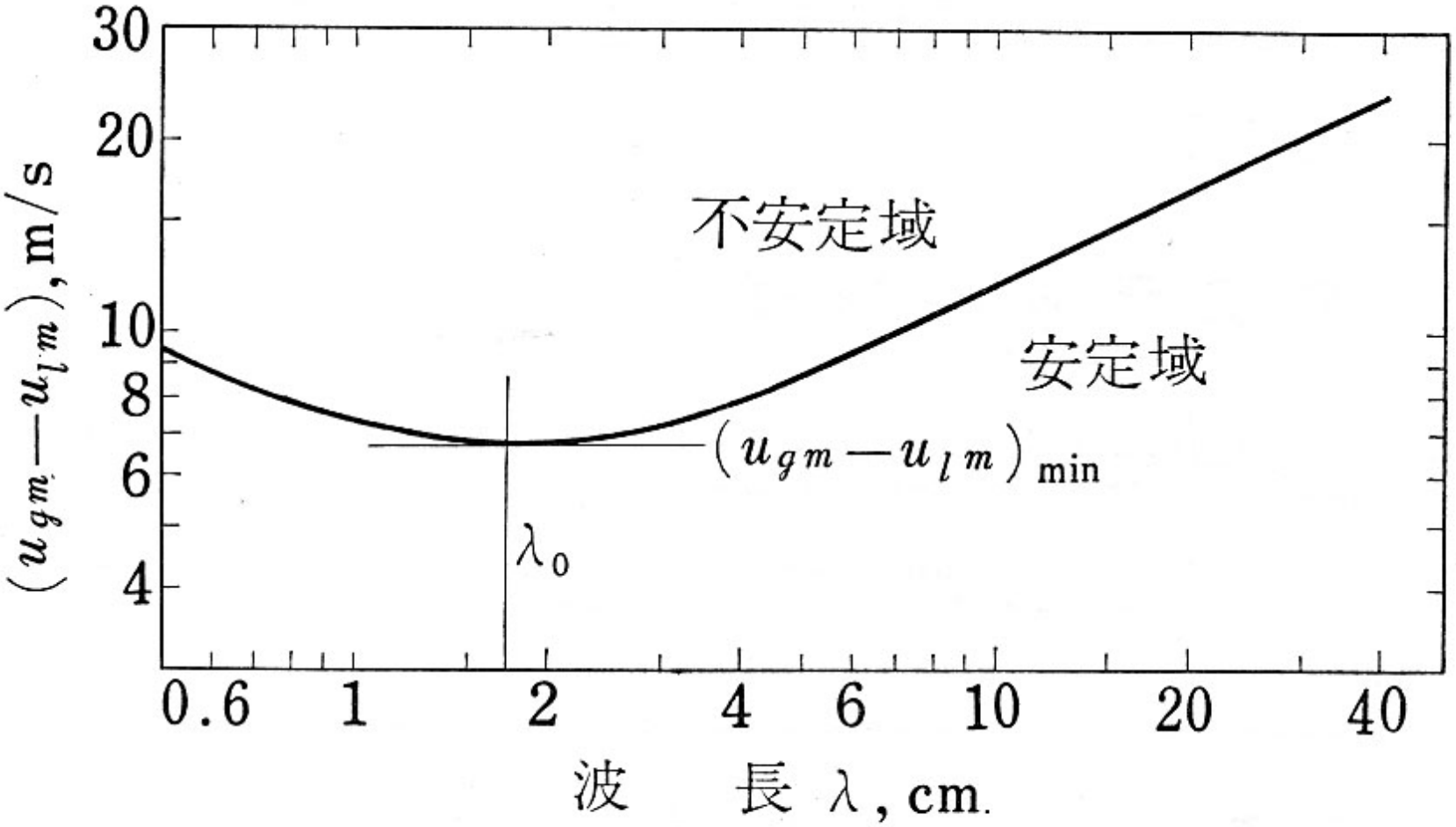


図 5.3　空気-水系（大気圧）の安定限界すべり速度

液深と気相高さが大きい場合

$I_L = \coth kh_L \quad 1 \quad I_g = \coth kh_g \quad 1$

$$(u_{gm} - u_{Lm})^2 \le \left(1 + \frac{\rho_g}{\rho_L}\right)\left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda} + \frac{(\rho_L - \rho_g)\lambda g}{2\pi}\right]$$

最小値 $\lambda_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\sigma}{(\rho_L - \rho_g)g}}$ の時

$$u_{gm} - u_{Lm} = \sqrt{2\left(1 + \frac{\rho_g}{\rho_L}\right)}\left[\frac{\sigma(\rho_L - \rho_g)g}{\rho_g^2}\right]^{1/4}$$

大気圧の水空気系で6.8m/s

液深と気相高さが小さい場合

$I_L = \coth kh_L \quad \lambda/(2\pi h_L) \quad I_g = \coth kh_g \quad \lambda/(2\pi h_g)$

$$u_{gm} - u_{Lm} \le \left[(\rho_L - \rho_g) g \left(\frac{h_g}{\rho_g} + \frac{h_L}{\rho_L} \right) \right]^{1/2}$$

$$\cong \left[(\rho_L - \rho_g) g \left(\frac{h_g}{\rho_g} \right) \right]^{1/2}$$

静止液面

$u_{lm}=u_{gm}=0$ （流れのない水面）

$h_g \rightarrow \infty$ （十分広い気相空間）

（池、運河、海等）

$\rho_L \gg \rho_g$（大気圧の水ー空気系）

$$C=\sqrt{\frac{\frac{2\pi\sigma}{\lambda}+\frac{\rho_l g\lambda}{2\pi}}{\rho_l}\tanh\left(\frac{2\pi h_l}{\lambda}\right)}$$

（十方向のみの波の速度）

静止液面

λが大きいとき(表面張力が無視できるとき)

$h_l/\lambda \gg 1$の時（水深が波長より十分大きいとき、海面のうねり等）

$$C = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$ （表面波）

波の速度は波長の平方根に比例

$h_l/\lambda \ll 1$の時（水深が波長より十分小さいとき、津波、潮汐、水路の波）

$$C = \sqrt{gh_1}$$ （長波、潮汐波）

波の速度は水深の平方根に比例（波長に無関係）

静止液面

λが小さいとき(表面張力が優勢の時、池の表面の小さな波)当然$h_L/\lambda \gg 1$だから

$$C = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho_l \lambda}}$$ （表面張力波）

波の速度は波長の平方根に反比例

λが中間的な値

$h_L/\lambda \gg 1$の時（水深が波長より十分大きいとき）

$$C = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho_l \lambda} + \frac{g\lambda}{2\pi}}$$ Cは $\lambda_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_l g}}$ で最小値$C_0 = \sqrt{2}\left(\frac{\sigma g}{\rho_l}\right)^{1/4}$

λ_0はラプラス長と呼ばれ大気圧の空気－水で1.7cm、C_0は23cm/s

静止液面

空気と水が逆転している場合（gを－gに置き換えればよい）

$$C = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho_1\lambda} - \frac{g\lambda}{2\pi}}$$

Cは　$\lambda > \lambda_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\rho_1 g}}$ で虚数となり不安定

（大きな波長の波は不安定となる、Rayleigh－Taylor 不安定と呼ぶ）

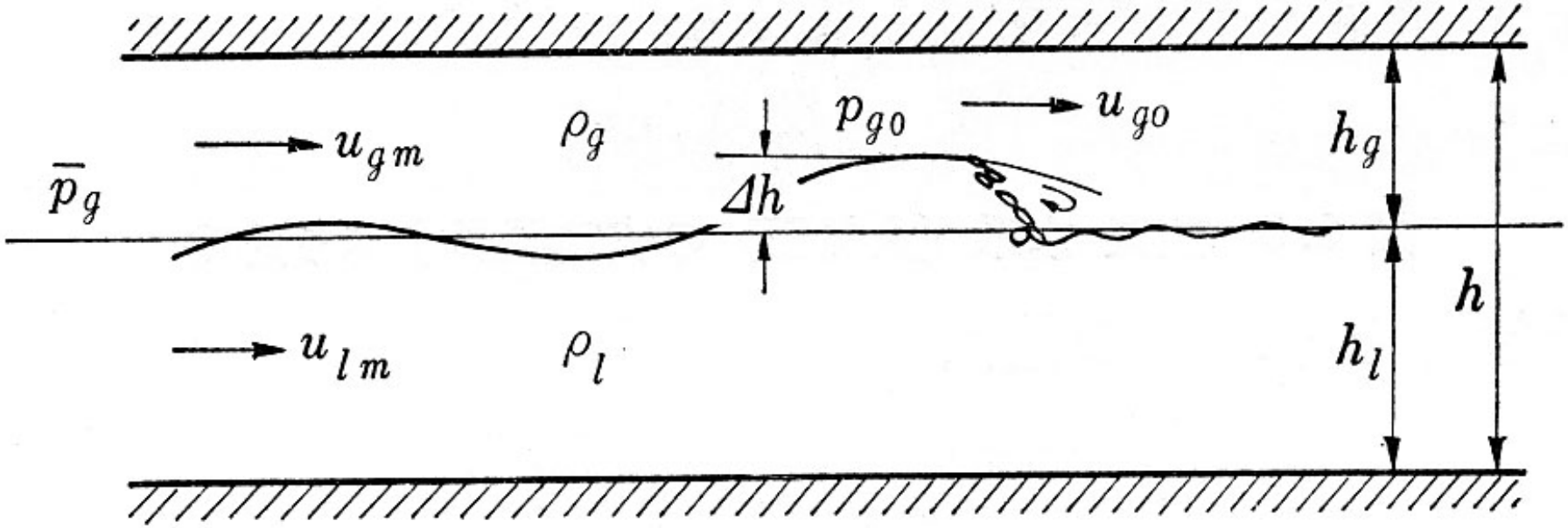


図 5.4　水平流のスラッギング

水平流のスラギング

有限振幅波の解析

$$(u_{gm} - u_{lm})^2 \le \frac{\rho_L}{\rho_g} \frac{g/k}{\coth(kh_g - 0.9) + 0.45\coth^2(kh_g - 0.9)}$$

簡単な解析

波頂部での気体圧力 $\overline{p_g} - p_{g0} = \frac{\rho_g}{2}(u_{g0}^2 - u_{gm}^2)$

$$u_g h_g = (h_g - \Delta h) u_{g0}$$ より

$$p_{g0} = \overline{p_g} - \frac{\rho_g}{2} u_{gm}^2 \left[\left(\frac{1}{1 - \Delta h / h_g} \right)^2 - 1 \right]$$

水平流のスラギング

波頂部での液相圧力

$$p_{L0} = \overline{p_g} - (\rho_L - \rho_g) g \Delta h$$

$p_{g0} < p_{L0}$となると波が発達する

$$u_{gm} \geq \left[\frac{2(\Delta h / h_g)}{\left(\frac{1}{1 - \Delta h / h_g} \right)^2 - 1} \right]^{1/2} \left[(\rho_L - \rho_g) g \left(\frac{h_g}{\rho_g} \right) \right]^{1/2}$$

界面波の理論

$$u_{gm} - u_{Lm} \geq \left[(\rho_L - \rho_g) g \left(\frac{h_g}{\rho_g} \right) \right]^{1/2}$$

実験結果

実際には有限振幅波Δhが不明。実験式

$$u_{gm} \geq 0.5\left[(\rho_L - \rho_g)g\left(\frac{h_g}{\rho_g}\right)\right]^{1/2}$$

$\Delta h / h_g = 0.58$

円管内成層流

$$u_{gm} \geq C_p\left[\frac{(\rho_L - \rho_g)g\cos\theta}{\rho_g}\left(\frac{A_g}{dA_L / dh_L}\right)\right]^{1/2}$$

$$C_p = 1 - \left(h_L / D\right)$$

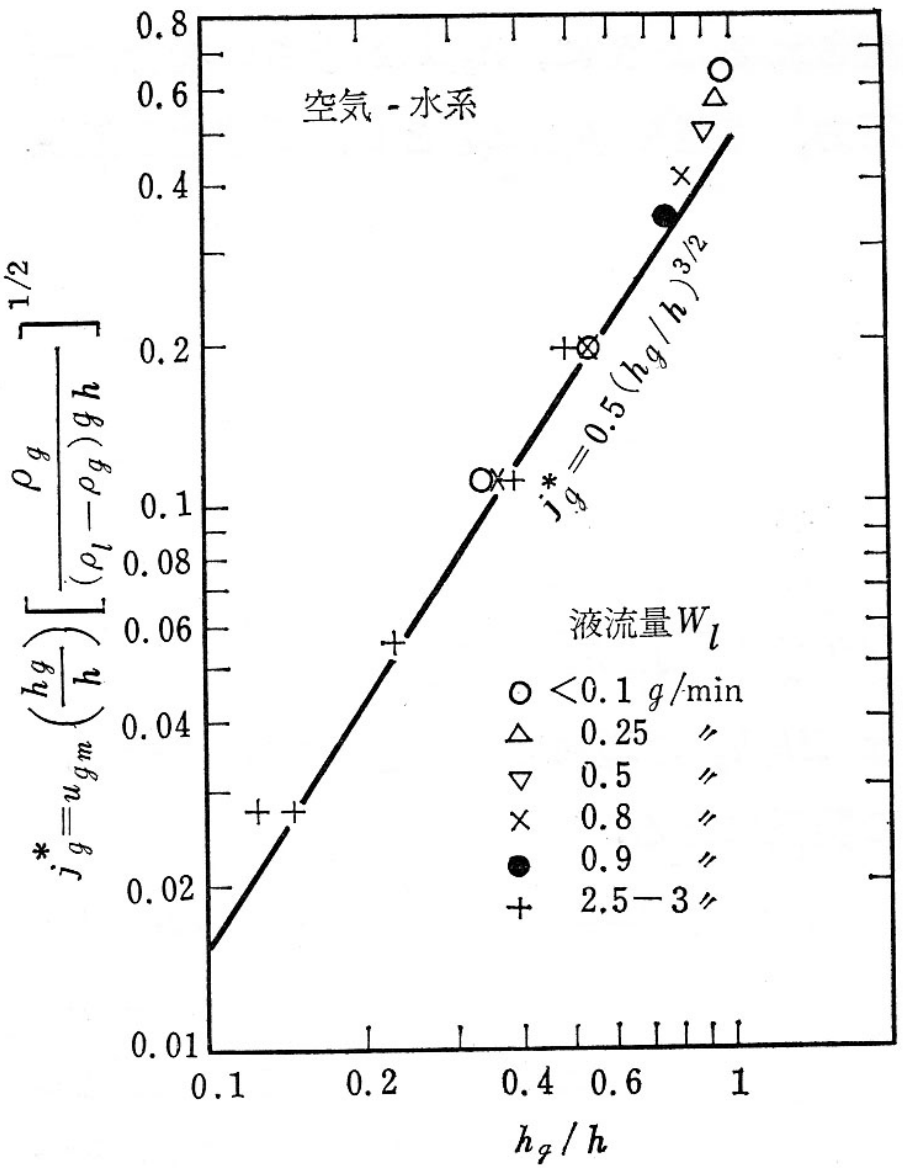


図 5.5　水平流のスラッギング開始時の気相流速
(Wallis ら)

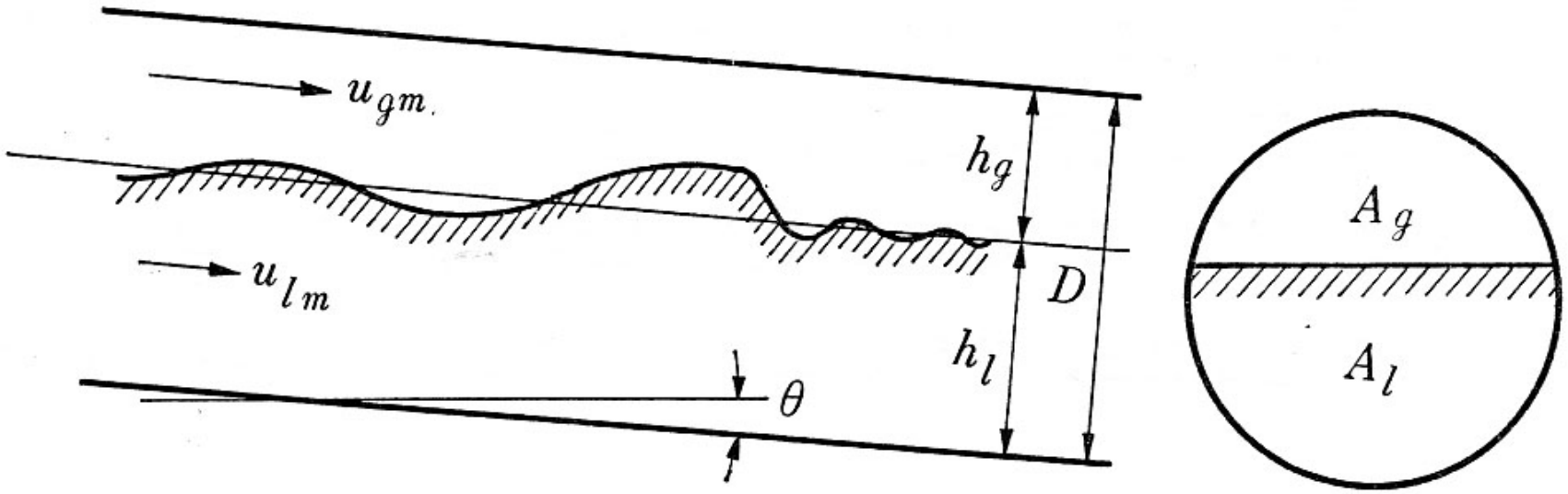


図 5.6　円管内流のスラッギング

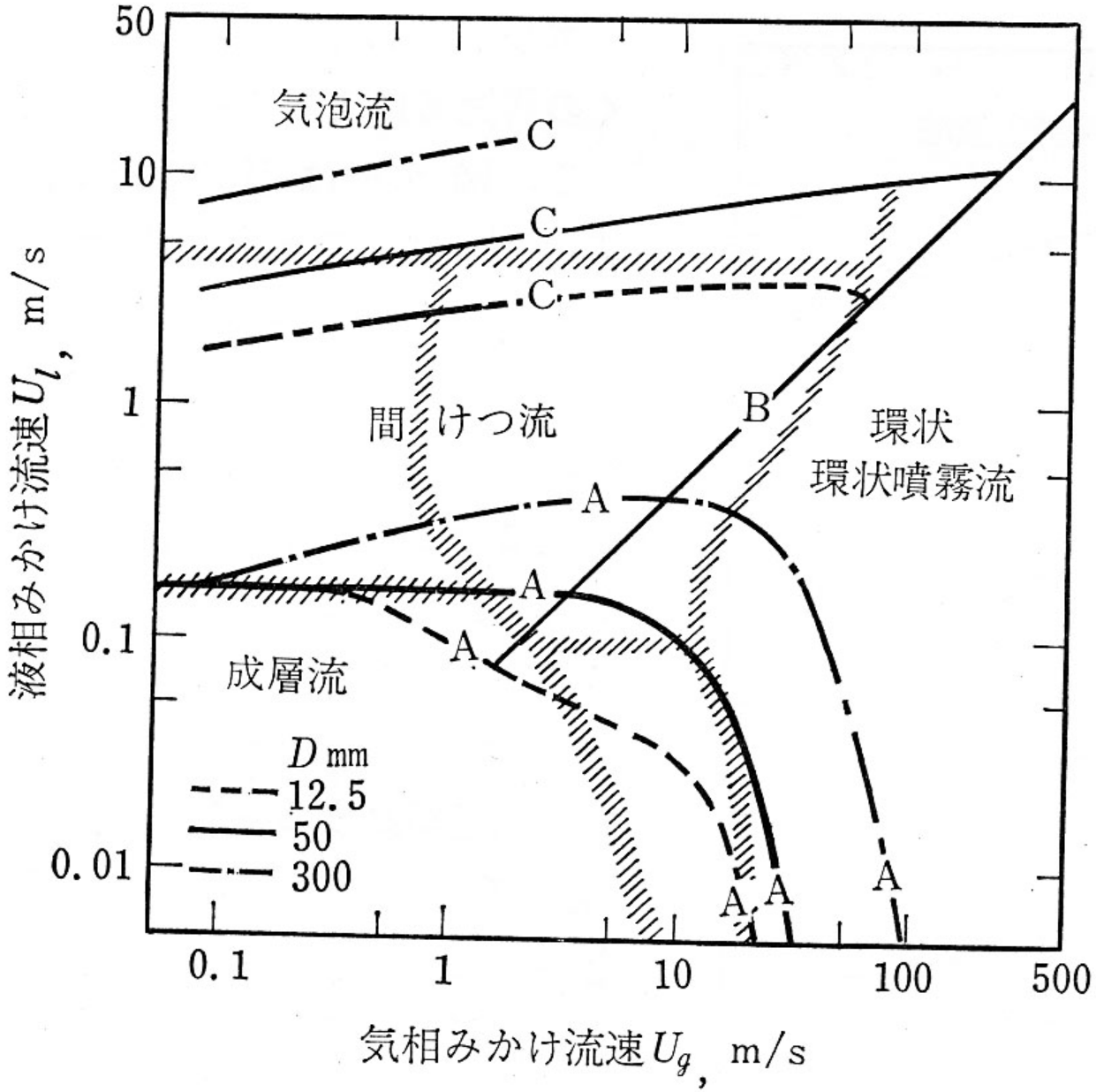


図 5.7　水平管の流動様式遷移限界（TAITEL ら）

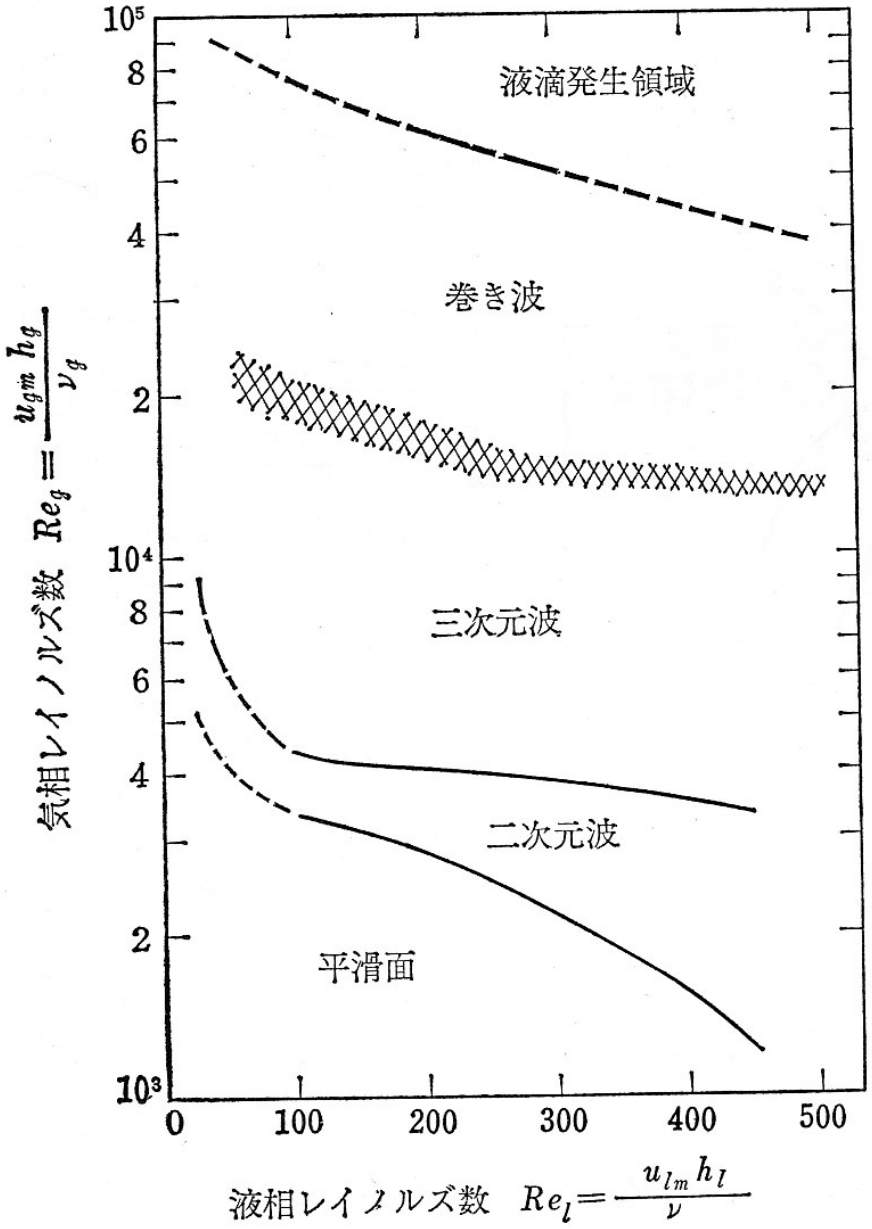


図 5.8　界面波の状況（HANRATTY ら）空気-水系，
26mm×305mm 水平チャンネル

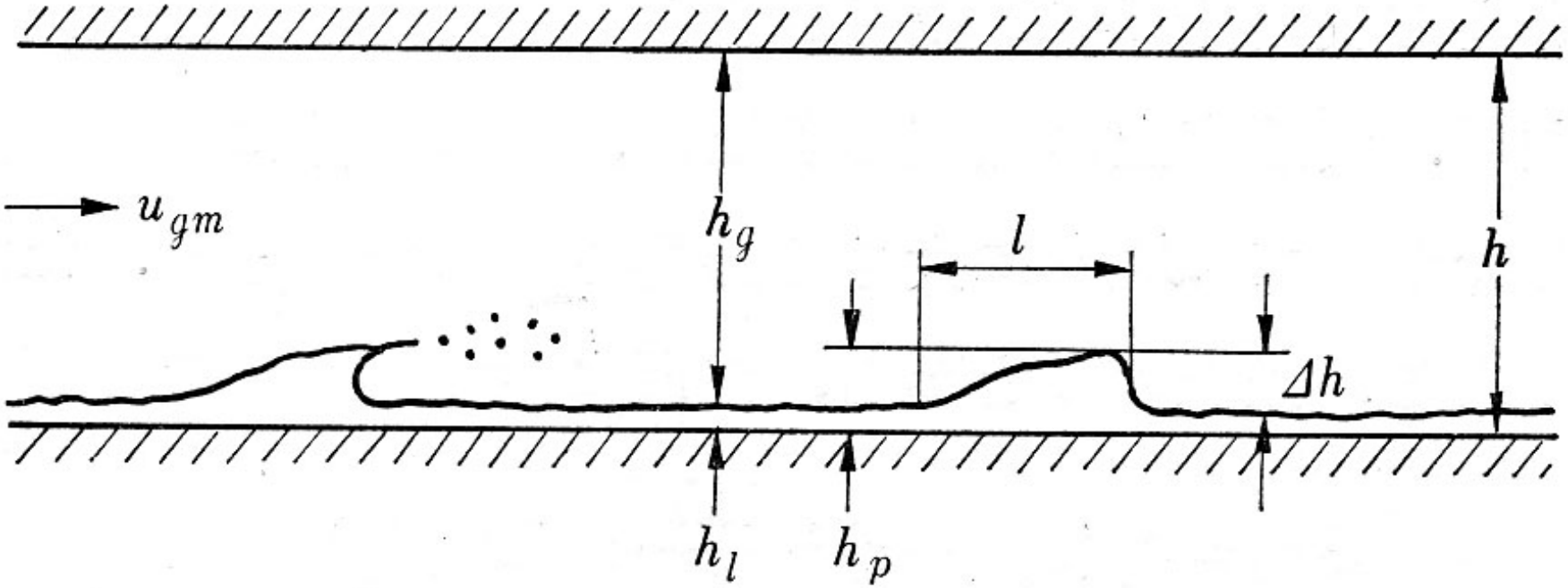


図 5.9　水平流の液滴発生

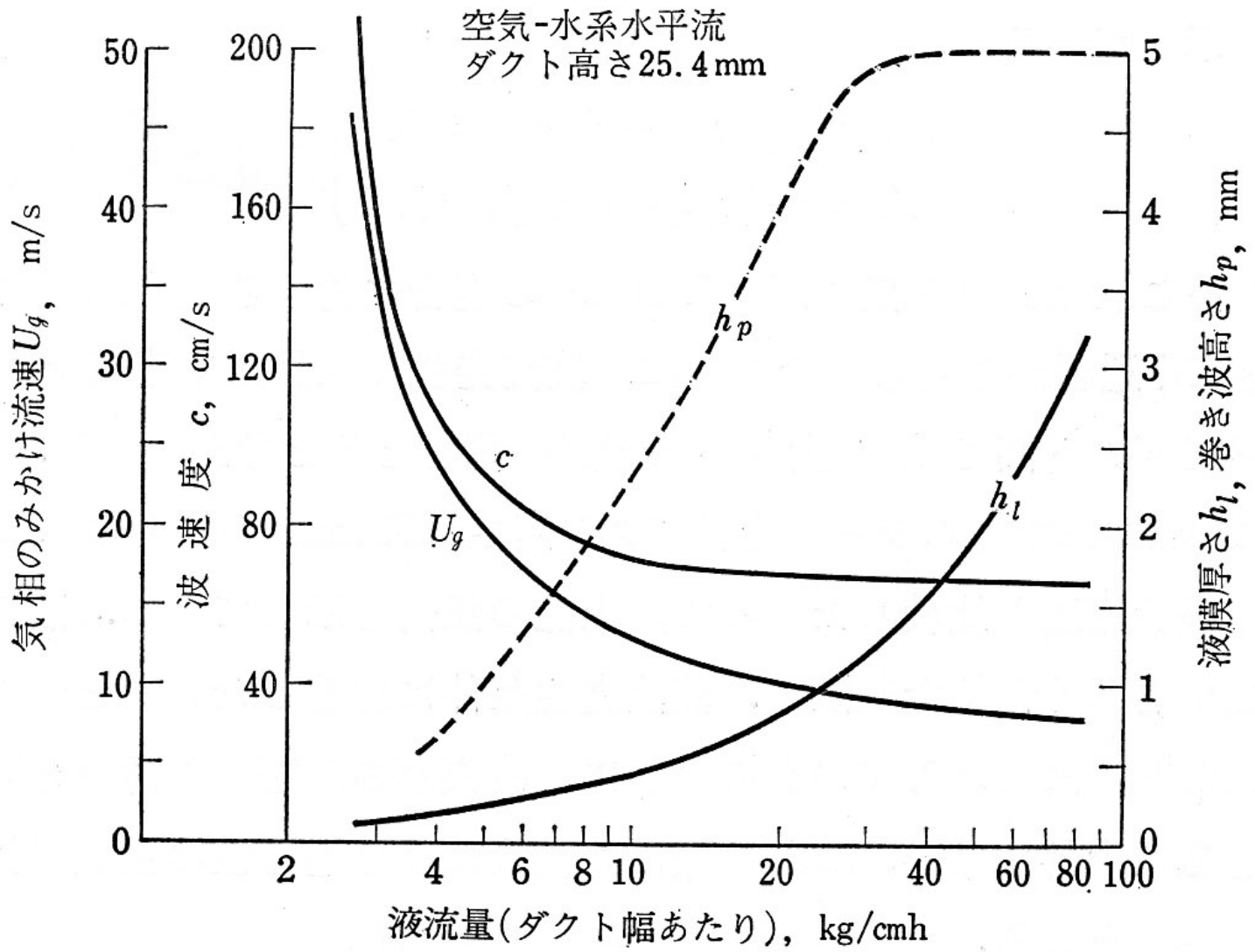


図 5.10　液滴発生開始時の気相流速，液膜厚さ（WOODMANSEE ら）

液滴発生限界

Woodmansee

$$We_p = \frac{\rho_g (u_{gm} - c)^2 h_p}{\sigma} = 5.5 \qquad We_L = \frac{\rho_g (u_{gm} - c)^2 h_L}{\sigma} = 1.5$$

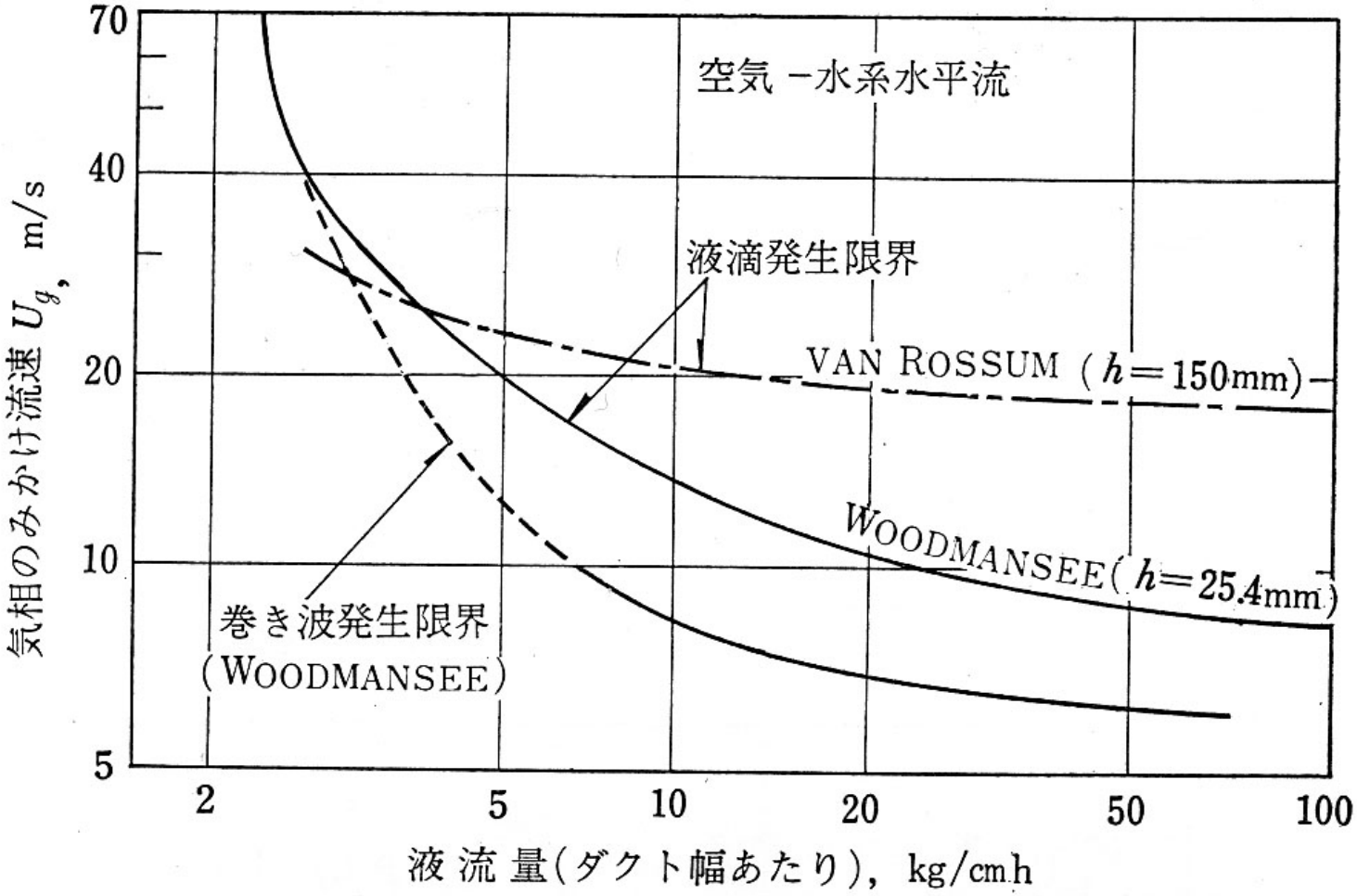

空気－水系水平流
液滴発生限界
VAN ROSSUM (h=150mm)
WOODMANSEE(h=25.4mm)
巻き波発生限界
(WOODMANSEE)
気相のみかけ流速 U_g, m/s
70
40
20
10
5
2
5
10
20
50
100
液流量(ダクト幅あたり), kg/cm.h

図 5.11　液滴発生限界

液滴発生限界

- 最も簡単なモデル
  - ポテンシャル流に基づく気液界面のKelvin-Helmholtz不安定

$$u \geq \sqrt{2\left(1+\frac{\rho_g}{\rho_\ell}\right)}\left\{\frac{g\sigma\left(\rho_\ell-\rho_g\right)}{\rho_g^2}\right\}^{1/4}$$

    - 大気圧の水ー空気系で6.7m/s程度
  - Kutateladze数 $K=\dfrac{u}{\left\{\dfrac{g\sigma\left(\rho_\ell-\rho_g\right)}{\rho_g^2}\right\}^{1/4}}$
  - K≧C（理論式ではK=1.4）
    - Cを3～4程度にとれば実験結果と合う

液滴発生限界

- Kutateladzeの式

$K = 23\ \mathrm{Re}_l^{-1/3}$　（水平流）

$$K = 34\,\mathrm{Re}_\ell^{-1/3}\left(\frac{\nu_g}{\nu_\ell}\right)^{-0.24}\left(\frac{\rho_g+\rho_\ell}{\rho_\ell}\right)^{1/2}\left(\frac{\sigma^{3/2}}{\nu_\ell^2\left(\rho_\ell-\rho_g\right)^{3/2}g^{1/2}}\right)^{0.073}$$

（垂直流）

$$\mathrm{Re}_l \equiv \frac{j_l D}{\nu_l} \equiv \frac{4\delta u_l}{\nu_l}$$

液膜レイノルズ数

実用的な範囲での平均値－－－3～4の値

液滴発生限界

- Steen & Wallisの式

$$\frac{u\mu_g}{\sigma}\left(\frac{\rho_g}{\rho_\ell}\right)^{1/2} = 2.46\times10^{-4}$$

- Ishii &Gromlesの式

$$\frac{u\mu_\ell}{\sigma}\left(\frac{\rho_g}{\rho_\ell}\right)^{1/2} = 11.78 N_{\mu\ell}^{0.8}\,\mathrm{Re}_\ell^{-1/3} \qquad \left(N_{\mu\ell} \le \frac{1}{15}\right)$$

$$= 1.35\,\mathrm{Re}_\ell^{-1/3} \qquad \left(N_{\mu\ell} \ge \frac{1}{15}\right)$$

$\mathrm{Re}_l \leqq 1635$

$$N_{\mu\ell} = \frac{\mu_\ell}{\sqrt{\rho_\ell \sigma \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_\ell - \rho_g)}}}}$$

$$\frac{u\mu_\ell}{\sigma}\left(\frac{\rho_g}{\rho_\ell}\right)^{1/2} = N_{\mu\ell}^{0.8} \qquad \left(N_{\mu\ell} \le \frac{1}{15}\right)$$

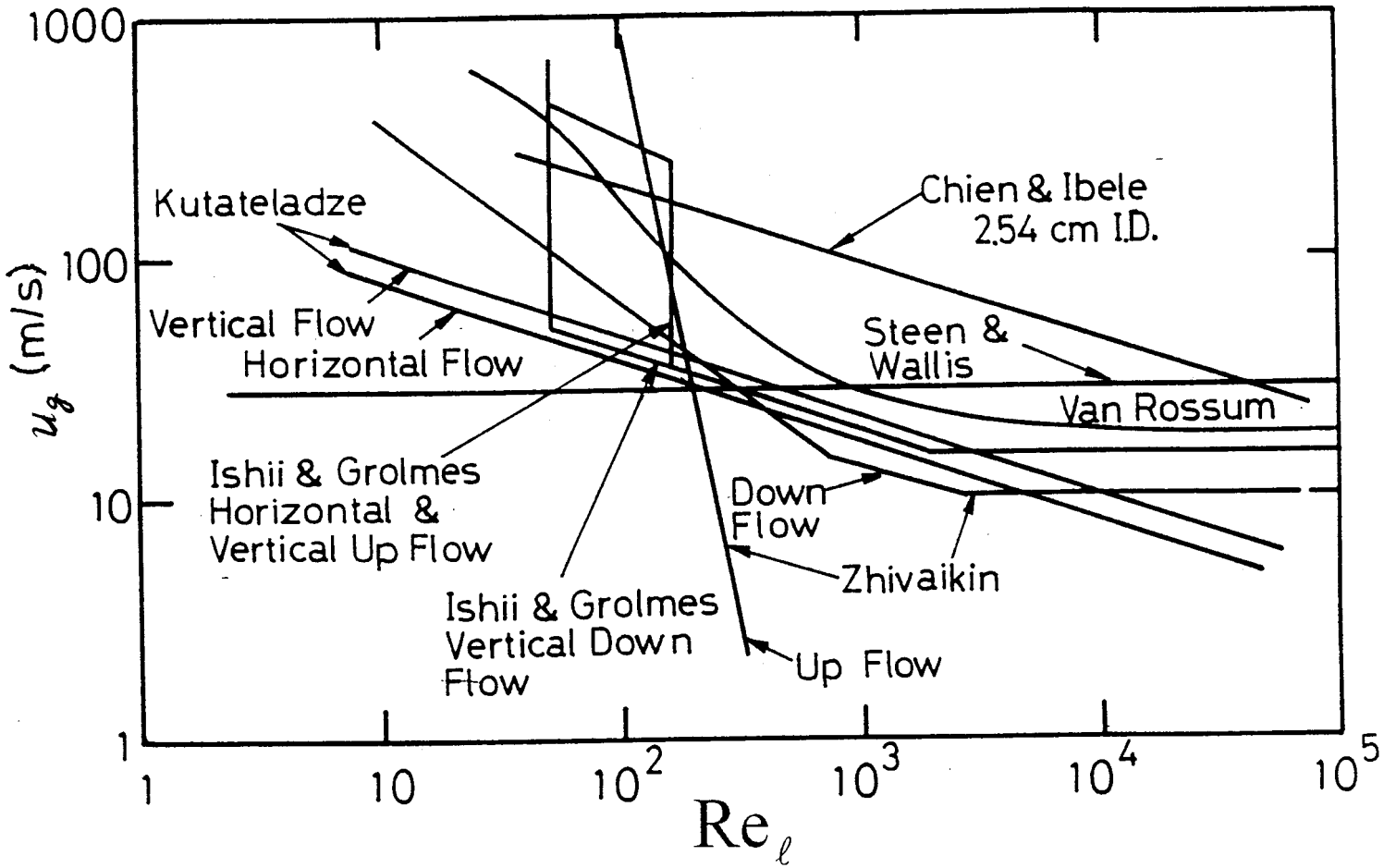
$$= 0.1116 \qquad \left(N_{\mu\ell} \ge \frac{1}{15}\right)$$

$\mathrm{Re}_l \geqq 1635$

Re_lが大きいところ（液膜厚さが厚い）ところ
では一定値

液滴発生限界の式の相互比較

大気圧15°Cの空気水系二相流



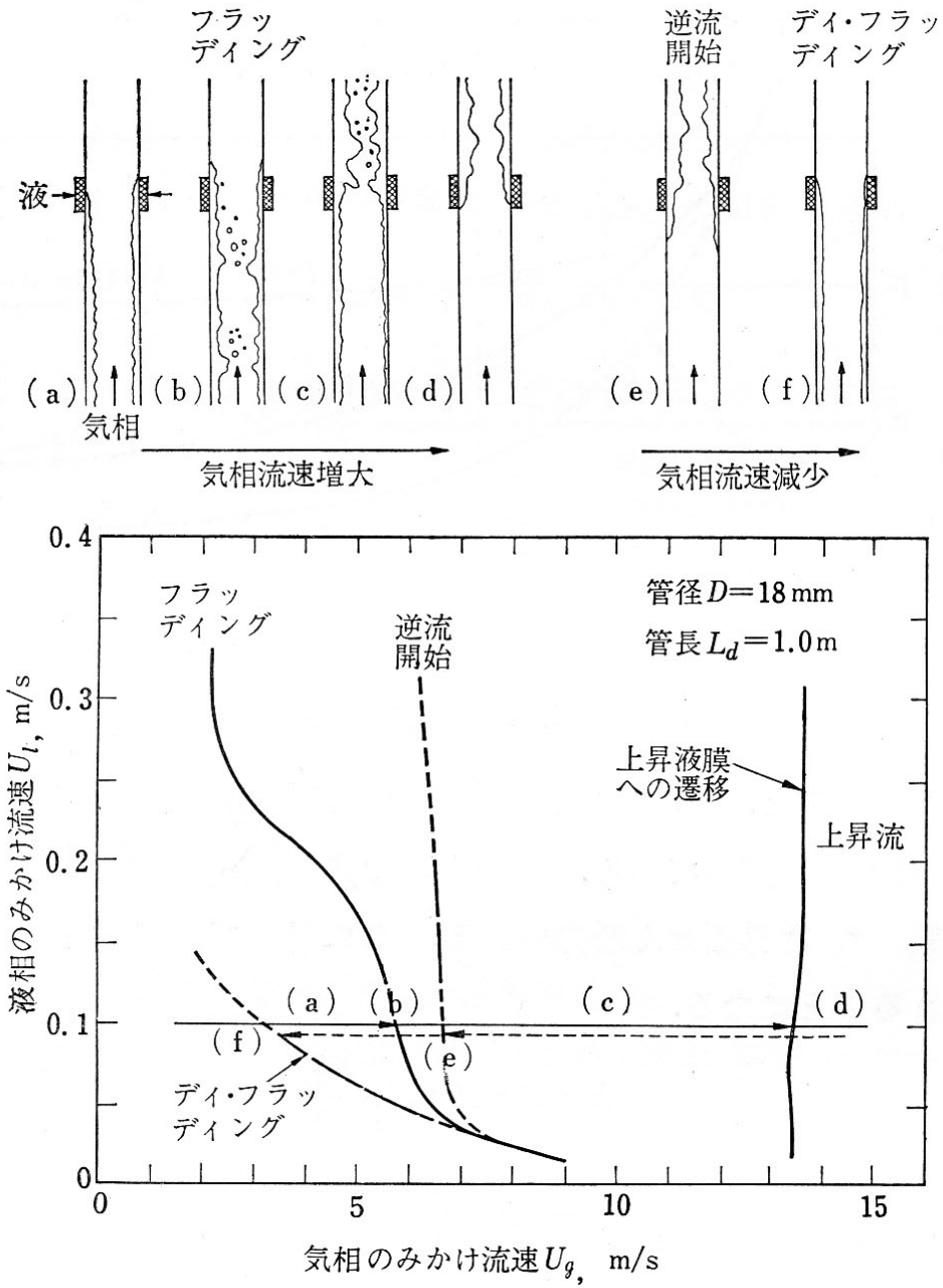


図 5.12　液膜挙動とフラッディング

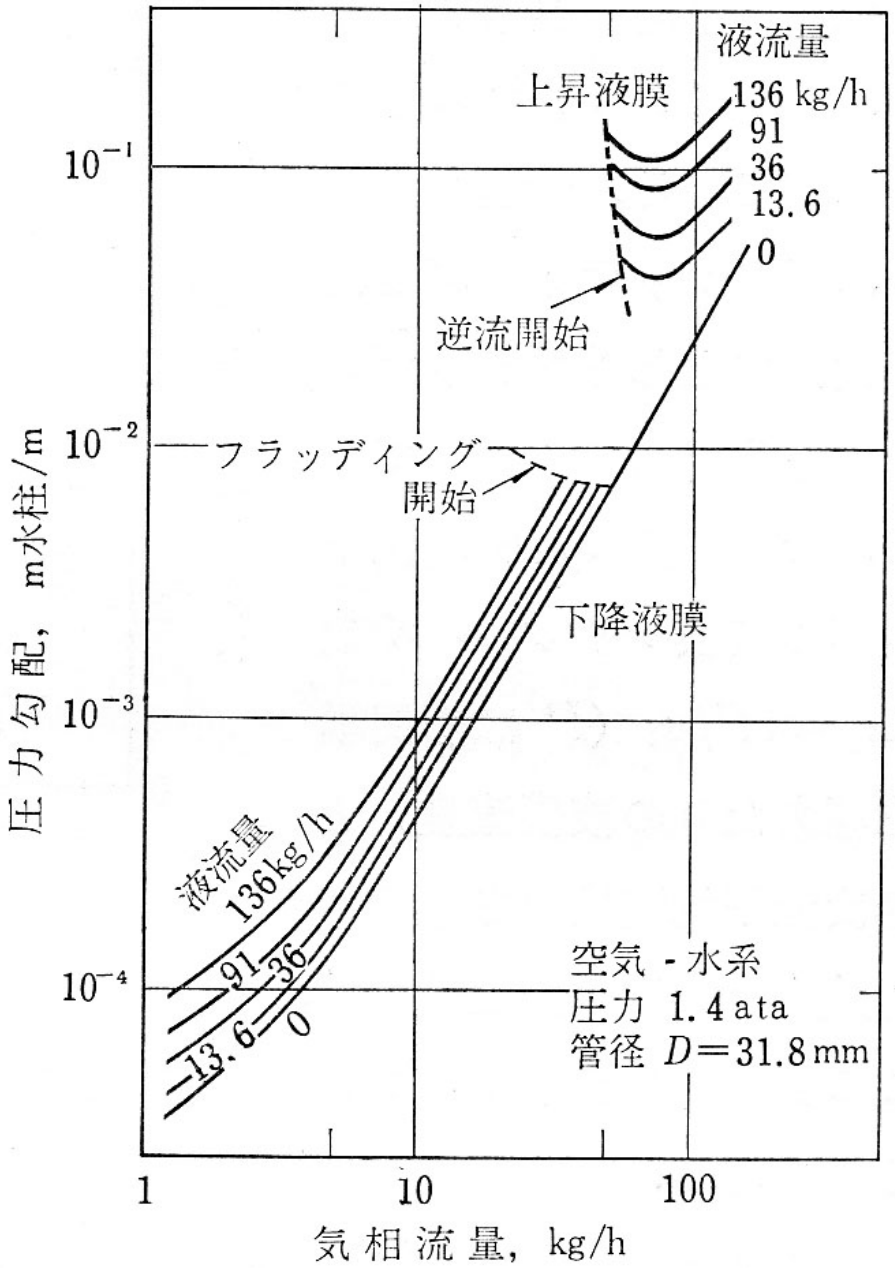


図 5.13 管内下降液膜および上昇液膜部の圧力勾配（Hewitt ら）

フラッディング現象と界面波

液相と気相の速度は逆方向

波に重力が影響しないg=0

$$(u_{gm}+u_{lm})^2 \le \frac{\rho_l I_l+\rho_g I_g}{\rho_l I_l \bullet \rho_g I_g}\left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda}\right]$$

I_L=coth ky_m　$\lambda/(2\pi y_m)$>>1　I_g=coth kh_g　1

フラッディング条件

$$u_{gm}+u_{Lm}=\left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda\rho_g}\right]^{1/2}$$

λが未定−−−実験値

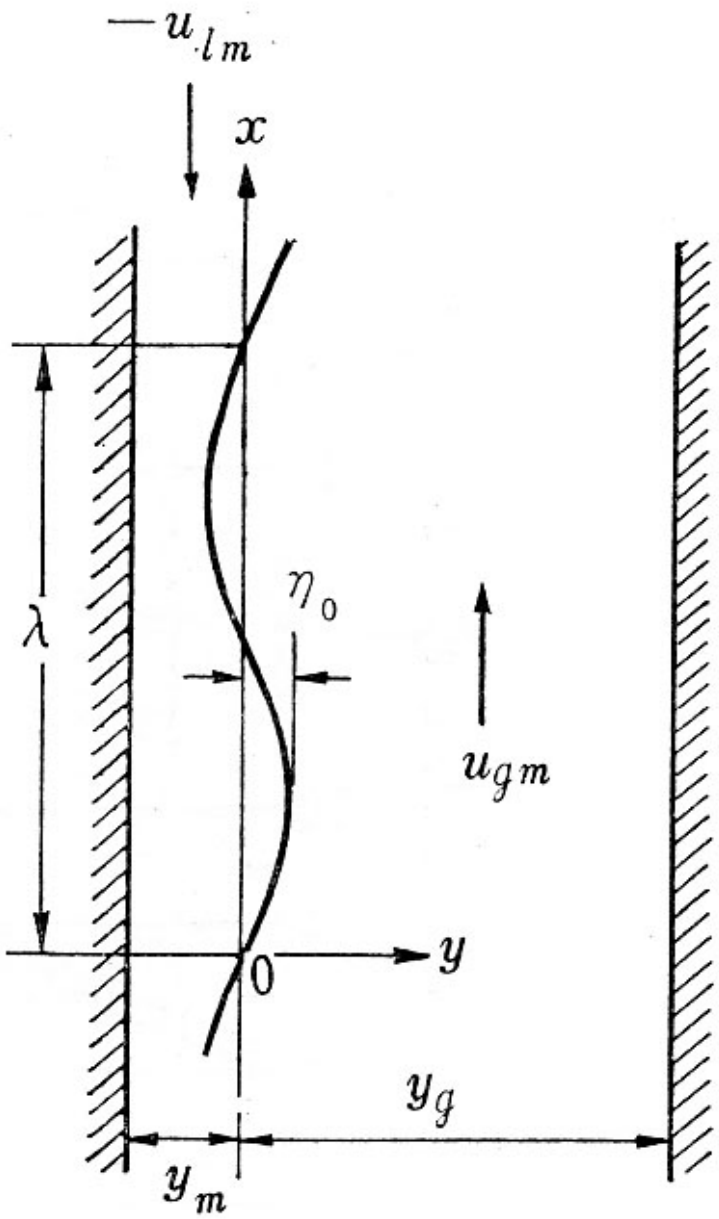


図 5.17　対向二相流

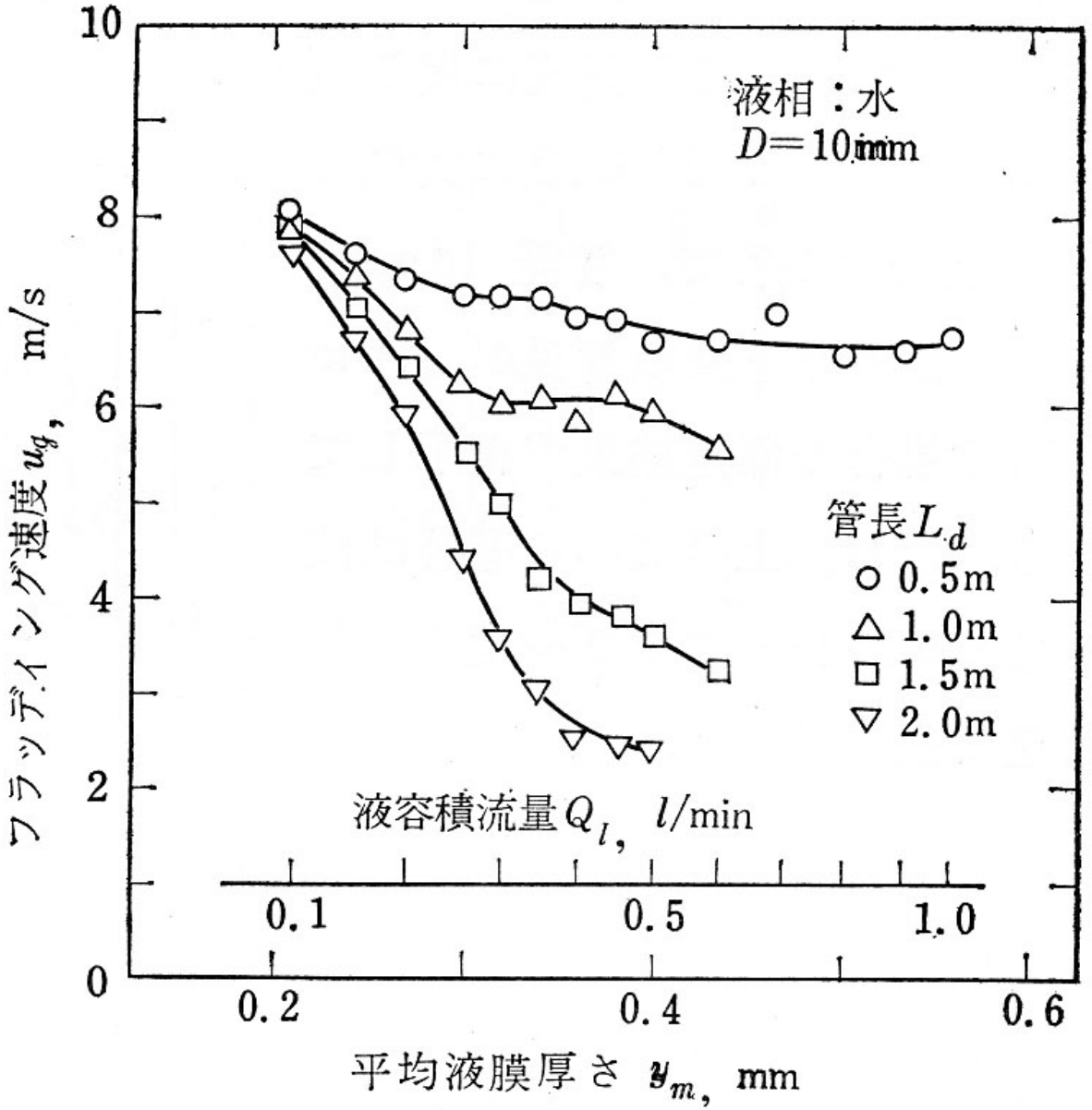


図 5.14　フラッディング速度（管長の影響）

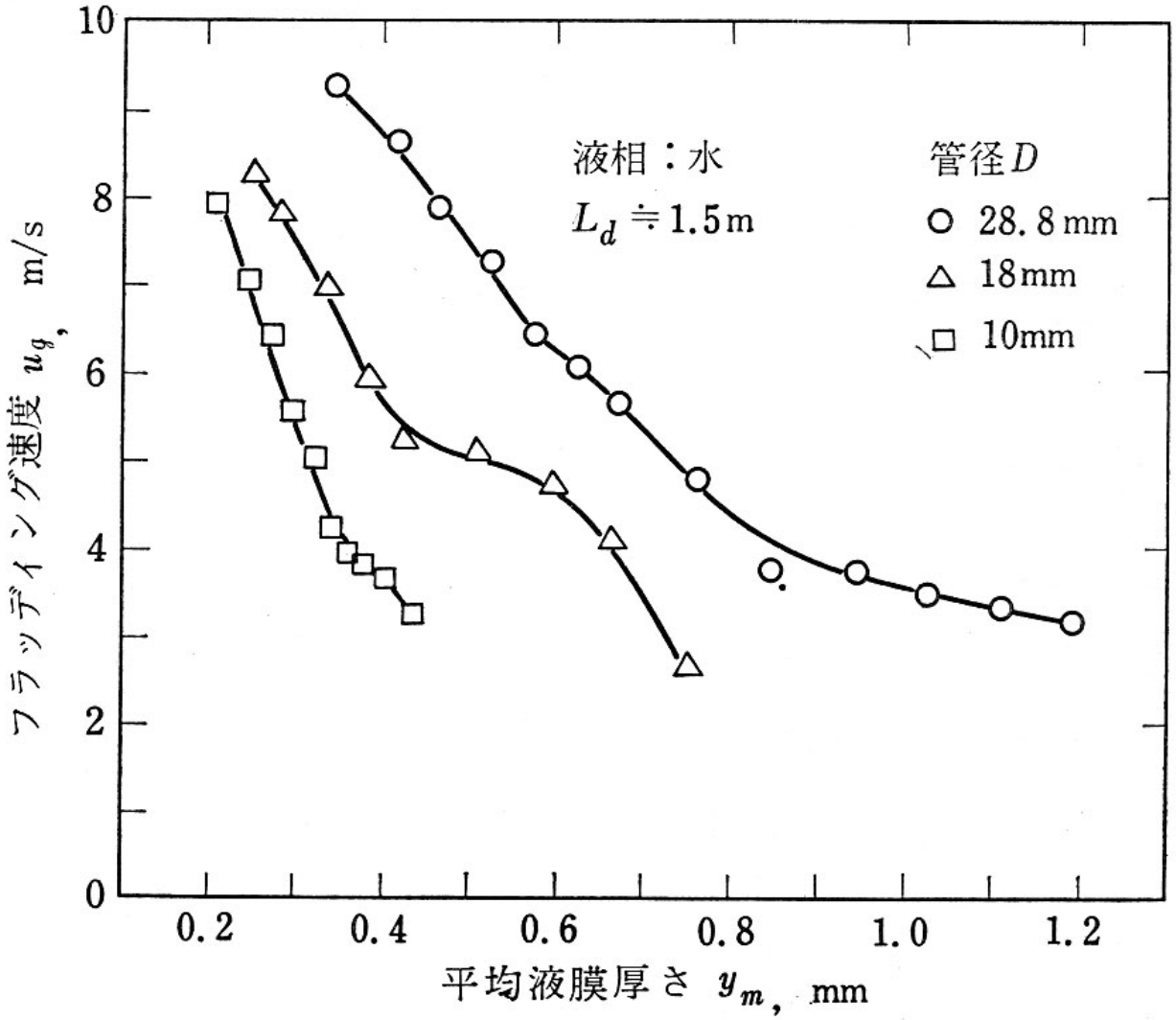


図 5.15　フラッディング速度（管径の影響）

フラッディングの相関式

Wallisの式

$$\sqrt{U_g^*} + \sqrt{U_L^*} = C$$

$$U_g^* = \frac{U_g}{\sqrt{\frac{gD(\rho_L - \rho_g)}{\rho_g}}} \qquad U_L^* = \frac{U_L}{\sqrt{\frac{gD(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L}}}$$

C=0.725～0.75(角張った入り口）

C=0.88～1(なめらかな入り口）

極大熱流束

各沸騰から膜沸騰への遷移

蒸気ー水界面の不安定性

$$(u_{gm}+u_{lm})^2 \le \frac{\rho_l I_l+\rho_g I_g}{\rho_l I_l \bullet \rho_g I_g}\left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda}\right] \qquad u_{gm}+u_{lm}=\left[\frac{2\pi\sigma}{\lambda}\frac{\rho_l+\rho_g}{\rho_l\rho_g}\right]^{1/2}$$

蒸気膜の波長 $\lambda_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{(\rho_L-\rho_g)g}}$

蒸気柱の直径$\lambda_0/2$ $A_g=\pi\left(\frac{\lambda_0}{2}\right)^2$ $A_g\rho_g u_{gm}=(A-A_g)\rho_L u_{lm}$

Rayleighの不安定性 $\lambda=\pi\frac{\lambda_0}{2}$

$$q_{crit}=\frac{\rho_g u_{gm} A_g H_{fg}}{A}=0.157\left[\frac{\sigma(\rho_L-\rho_g)g}{\rho_g^2}\right]^{1/4}\left[\frac{\rho_L}{\rho_l+\rho_g}\right]^{1/2}$$

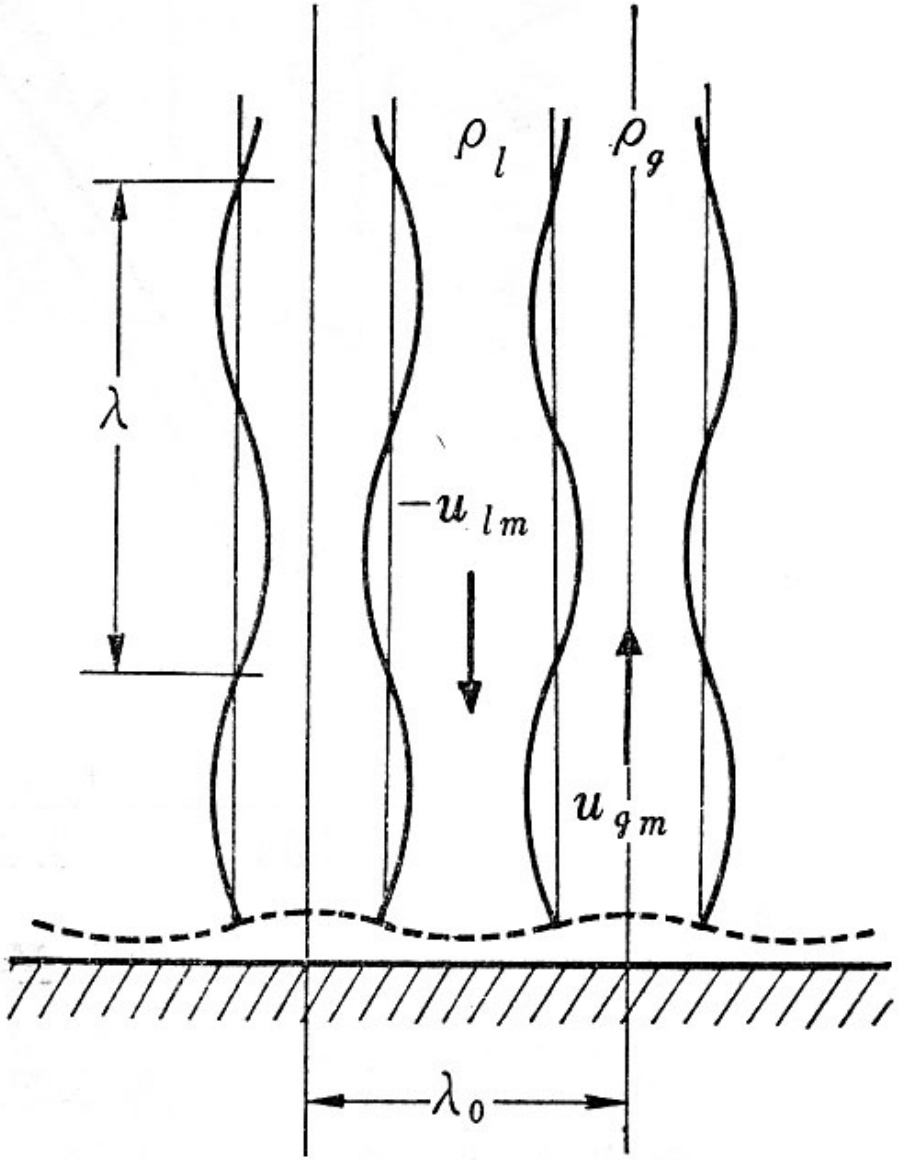


図 5.21　プール沸騰の遷移

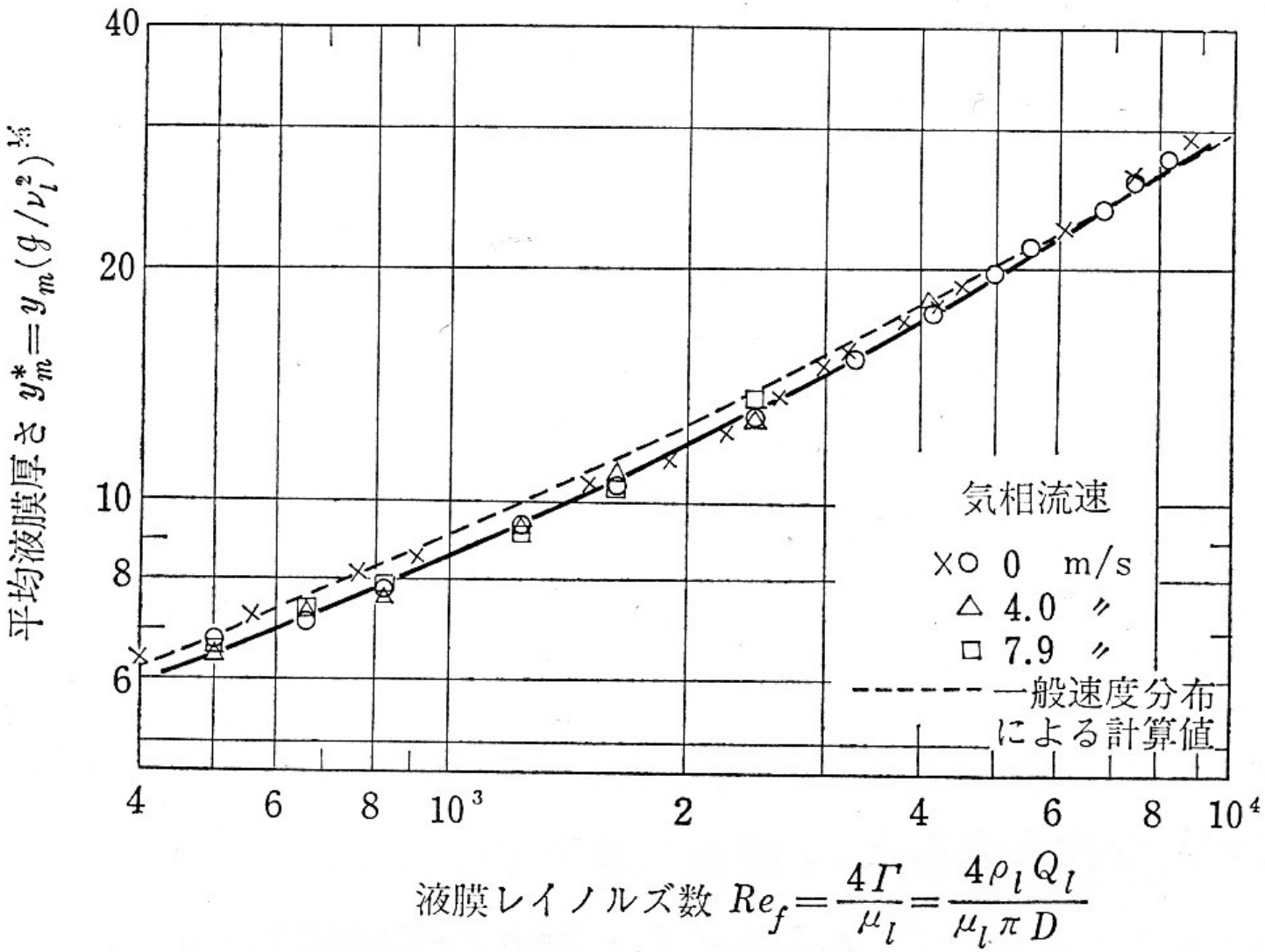


図 5.16　流下液膜の平均液膜厚さ

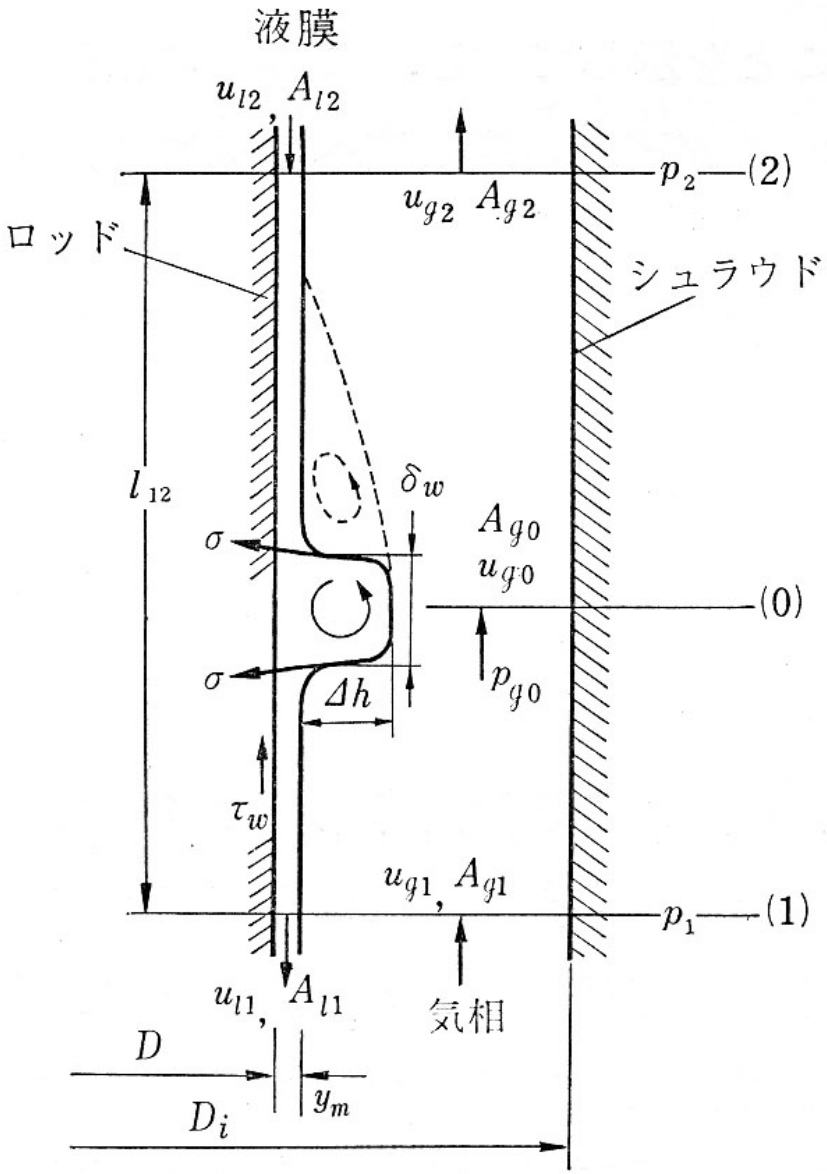


図 5.18　フラッディング・モデル

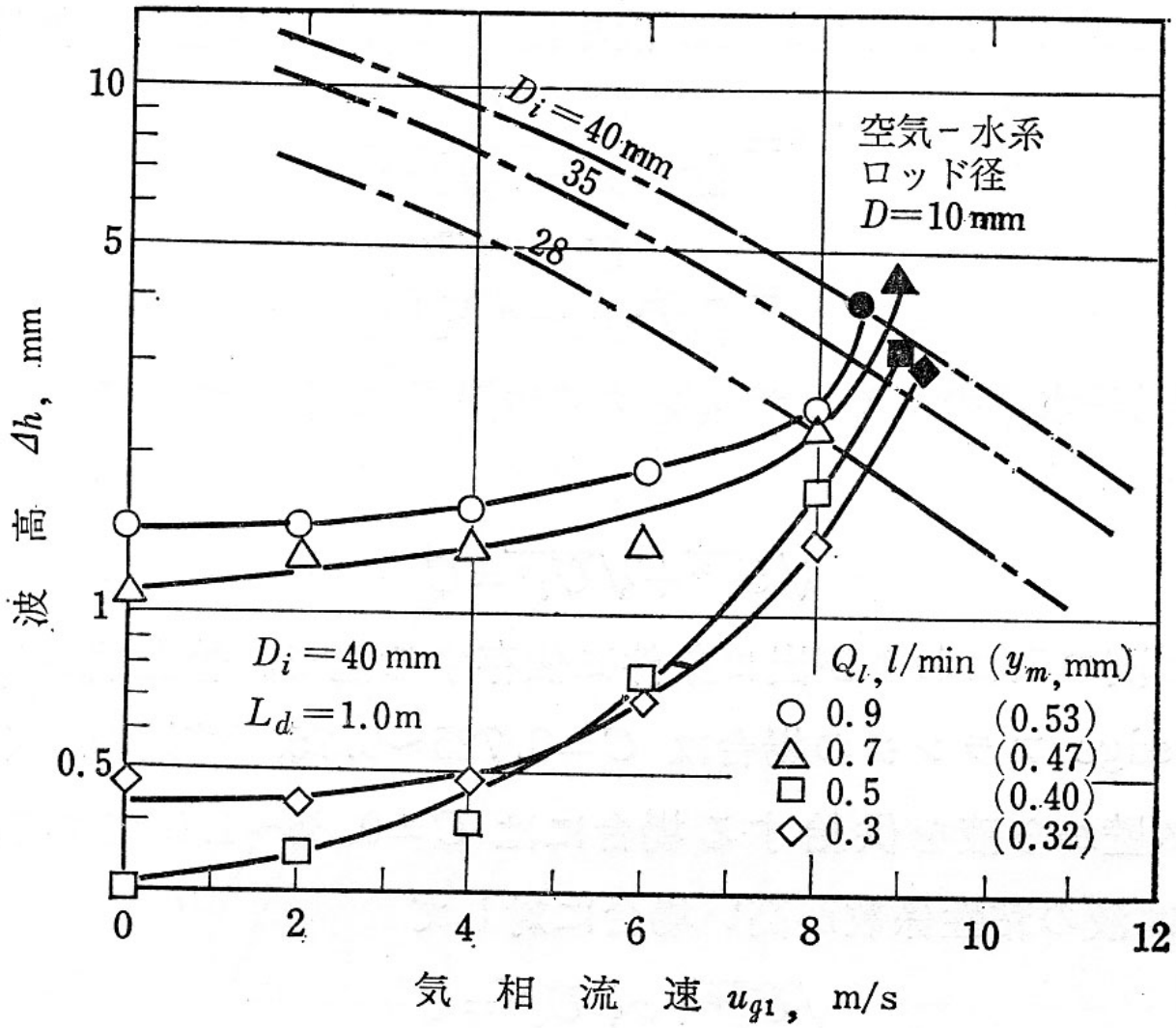


図 5.19　波高と気相流速の関係

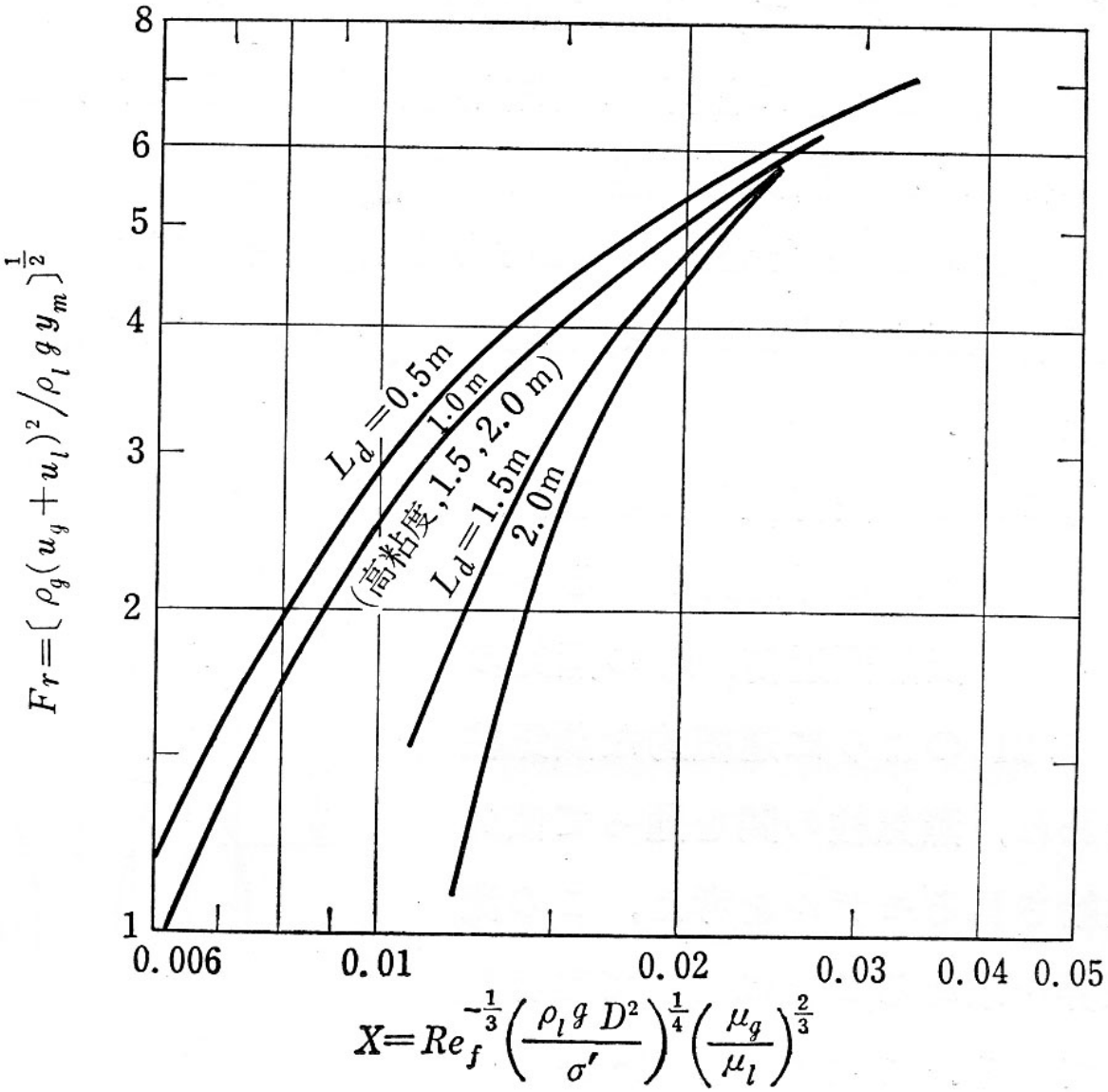


図 5.20　フラッディング開始条件