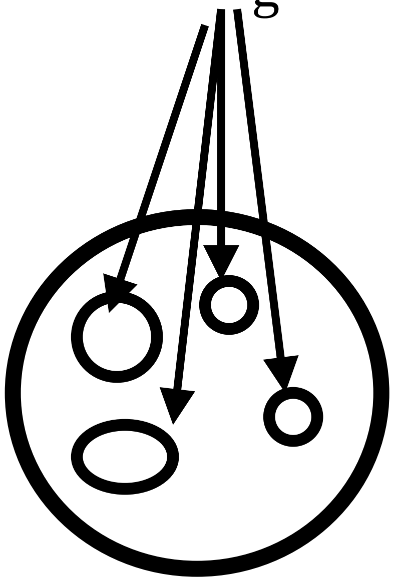
# 第４章ボイド率

# 気相体積率（ボイド率）$\alpha$

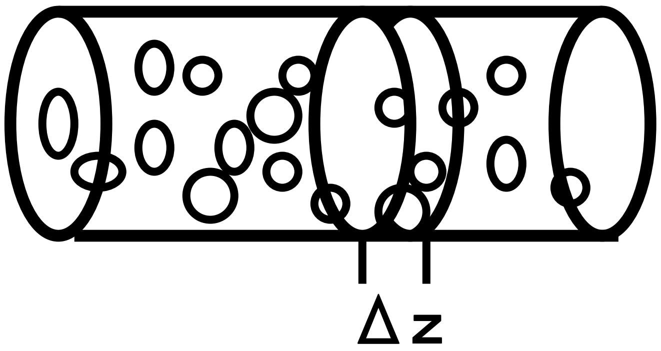
気液二相流の基本パラメーター

気液二相流のある体積での気相の占める割合

流路の微少の区間では流路断面積Aのうち気相の断面積$A_g$の割合 $\alpha = A_g / A$



液相の断面積は$A_L$



# ボイド率

気相の実際の速度$u_g$ ⟺ ボイド率$\alpha$

$u_g = Q_g/A_g = Q_g/(A\alpha) = U_g/\alpha = Gx/(\rho_g\ \alpha)$

容積流量比$\beta = U_g/(U_g + U_L)$

流れパラメータ

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{U_g + U_L}{u_g}$$

気相と液相の速度比 s または速度差 $u_s$

によってもボイド率は与えられる

# 速度比によるボイド率の求め方

気相と液相の速度比（スリップ比）s

$$s = \frac{u_g}{u_L} = \frac{U_g(1-\alpha)}{U_L\alpha} = \frac{\beta}{1-\beta}\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

$$= \frac{\rho_L}{\rho_g}\frac{\rho_g U_g}{\rho_L U_L}\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{\rho_L}{\rho_g}\frac{x}{1-x}\frac{1-\alpha}{\alpha}$$

スリップ比とクォリティがわかればボイド率が計算できる。スリップ比の経験式または図表で与える。Ahmadの式

$$s = \left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{0.205}\left(\frac{GD}{\mu_L}\right)^{-0.016}$$

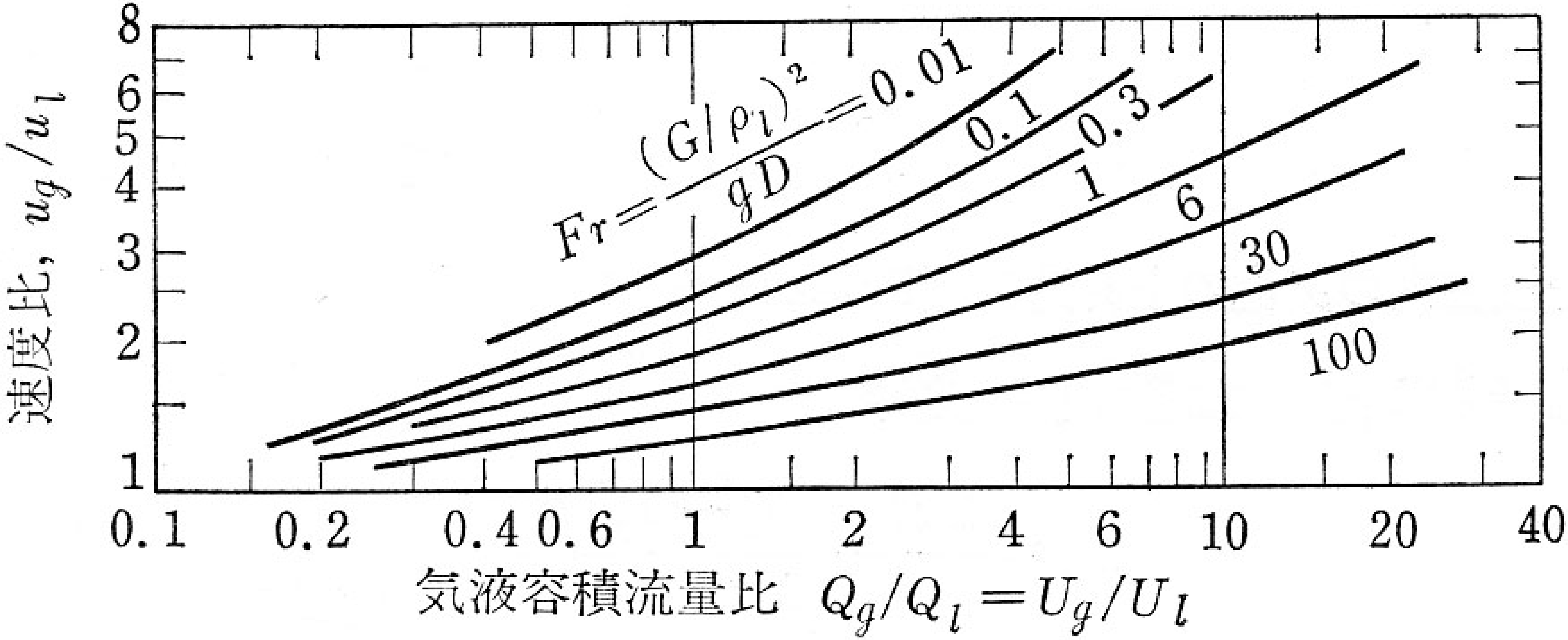



図 4.1　垂直二相流の速度比（Marchaterre ら）

# スリップ比のモデル

運動量フラックスを考える

$M_g = W_g u_g = (W^2/A) x^2 / (\alpha \rho_g)$

$M_L = W_L u_L = (W^2/A)(1-x)^2 / \{(1-\alpha)\rho_L\}$

$$M = M_g + M_L = \frac{W^2}{A}\{\frac{x^2}{\alpha\rho_g} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)\rho_l}\}$$

クォリティ一定の下でMを最小にするボイド率

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = \frac{W^2}{A}\{-\frac{x^2}{\alpha^2\rho_g} + \frac{(1-x)^2}{(1-\alpha)^2\rho_l}\} = 0$$

$$\frac{x}{1-x}\frac{1-\alpha}{\alpha} = \left(\frac{\rho_g}{\rho_L}\right)^{1/2} \qquad s = \left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{1/2}$$

# スリップ比のモデル

エネルギーフラックスを考える。

$E_g=(1/2)W_g u_g{}^2=(W^3/A^2)x^3/(\alpha\rho_g)^2$

$E_L=(1/2)W_L u_L{}^2=(W^3/A^2)(1-x)^3/\{(1-\alpha)\rho_L\}^2$

$$E=\frac{1}{2}\frac{W^3}{A^2}\{\frac{x^3}{\alpha^2\rho_g^2}+\frac{(1-x)^3}{(1-\alpha)^2\rho_L^2}\}$$

クォリティ一定の下でEを最小にするボイド率

$$\frac{\partial E}{\partial\alpha}=\frac{1}{2}\frac{W^3}{A^2}\{-\frac{1}{2}\frac{x^3}{\alpha^3\rho_g^2}+\frac{1}{2}\frac{(1-x)^3}{(1-\alpha)^3\rho_L^2}\}=0$$

$$\frac{x}{1-x}\frac{1-\alpha}{\alpha}=\left(\frac{\rho_g}{\rho_L}\right)^{2/3}\qquad s=\left(\frac{\rho_L}{\rho_g}\right)^{1/3}$$

環状流で近似的に成立

# 速度差によりボイド率を与える方法

すべり速度（スリップ速度）$u_s = u_g - u_L$

$u_s$がわかればαがわかる。 $u_s = \frac{U_g}{\alpha} - \frac{U_L}{1-\alpha}$

垂直上昇流のすべり速度－－単一気泡のs上昇速度と関係

静止水中の単一気泡の上昇速度

４つの領域に分かれる。

# 気泡の上昇速度

気泡レイノルズ数 $\mathrm{Re_b} \equiv \dfrac{2R_b u_b}{\nu_L}$

気泡の浮力 $\dfrac{4}{3}\pi R_b^3(\rho_L - \rho_g)g$ 抗力 $C_D \pi R_b^2 \dfrac{1}{2} u_b^2 \rho_L$

非常に小さな気泡 $\mathrm{Re_b} \leqq 2$ ストークスの法則

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re_b}} \qquad u_b = \frac{2R_b^2(\rho_L - \rho_g)g}{9\mu_L}$$

小さな気泡（少し変形） $2 \leqq \mathrm{Re_b} \leqq 4.02Y^{-0.214}$

$$u_b = 0.33 g^{0.76} \left(\frac{\rho_L}{\mu_L}\right)^{0.52} R_b^{1.28} \qquad Y \equiv \frac{g\mu_L^4}{\rho_L \sigma^3}$$

# 気泡の上昇速度

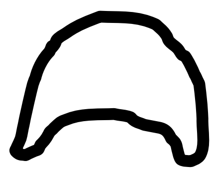
気泡径がさらに増大――大きな変形と旋回、ジグザグ運動　$4.02Y^{-0.214} \leqq Re_b \leqq 3.10Y^{-0.25}$

$$u_b = 1.35\left(\frac{\sigma}{\rho_L R_b}\right)^{1/2}$$

気泡径が増えると上昇速度は減少

さらに気泡径が増大（$3.10Y^{-0.25} \leqq Re_b$）――キノコ状の気泡

$$u_b = 1.18\left(\frac{\sigma(\rho_L - \rho_g)g}{\rho_L^2}\right)^{1/4}$$



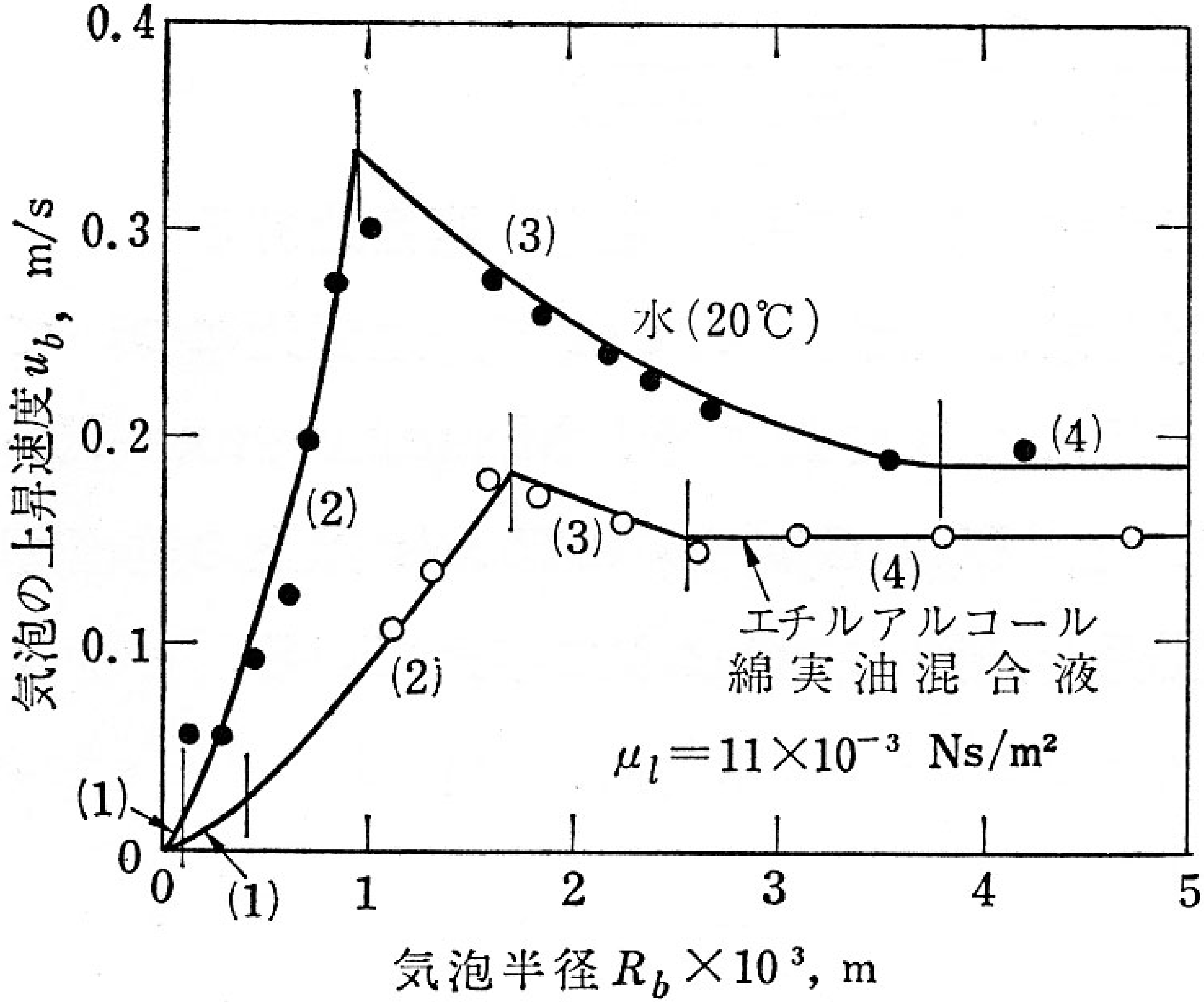



図 4.2　静止液柱内の気泡の上昇速度（PEEBLES ら）

# 気泡の上昇速度（スラグ）

流路全体に亘る気泡（スラグ気泡）の上昇速度

粘性係数、表面張力とも小さく管径が大きい場合

$$u_b = 0.35\sqrt{gD}$$

一般には $Y \equiv \dfrac{g\mu_L^4}{\rho_L \sigma^3}$ と $E_o \equiv \dfrac{\rho_L g D^2}{\sigma}$ の関数

$$u_b = C_s\sqrt{gD}$$

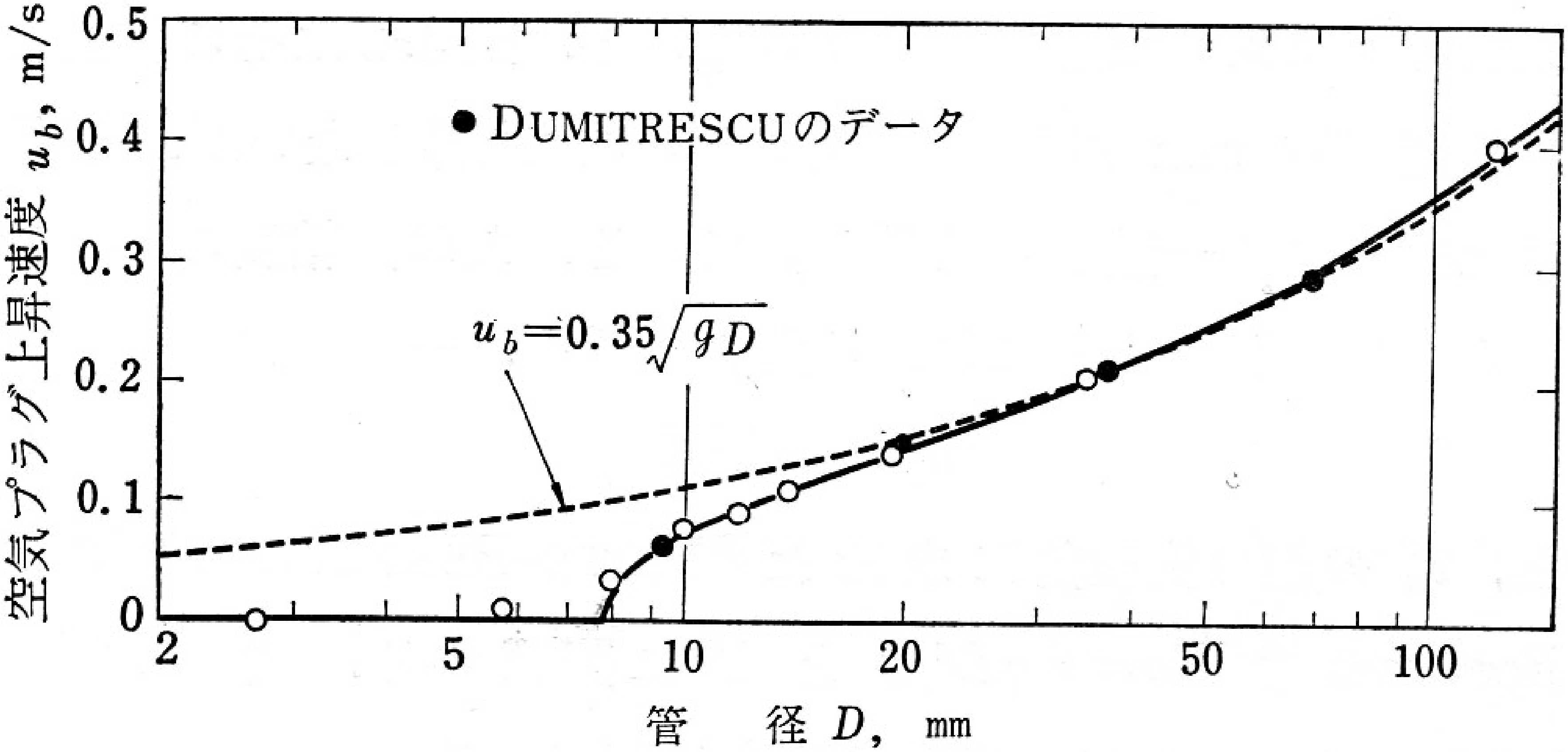



図 4.3　静止水柱における空気プラグの上昇速度

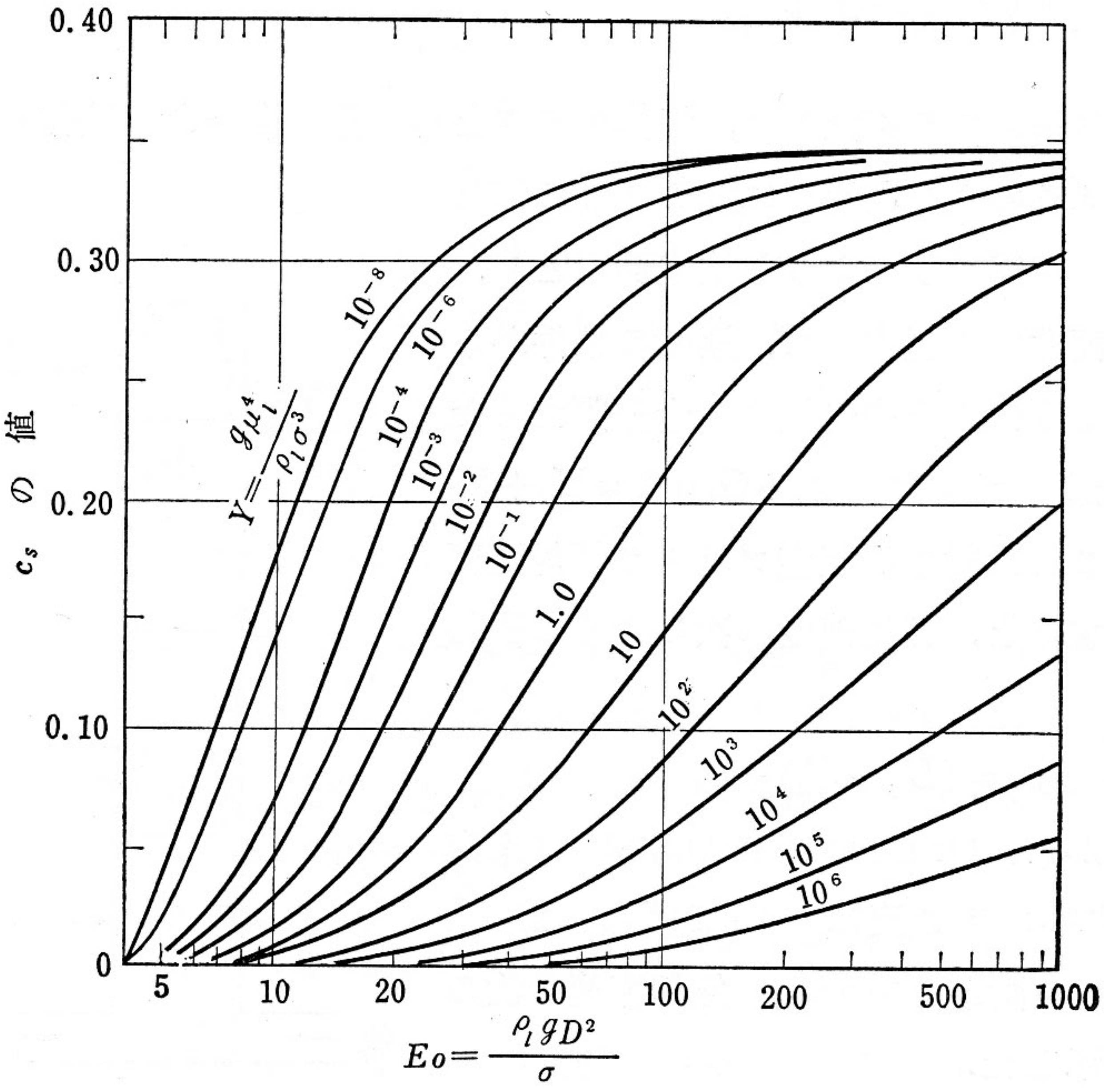



図 4.4 $c_s$ の値—式 (4.14)—(WHITE ら)

# 気相の平均速度

静止液中の単一の気泡の上昇速度$u_b$から気相の平均速度$u_g$を予測する方法

ドリフトフラックスモデル

気液二相流の全体の平均流速 $U=U_g+U_L$

気相の平均速度はこの平均流速に気泡の上昇速度を加えたものと考える

$u_g = (U_g+U_L) + u_b$　　速度分布を考慮して

$u_g = C_0(U_g+U_L) + u_b$　　$C_0$:分布定数

ボイド率は　$\alpha = U_g / u_g = \dfrac{U_g}{C_0(U_g + U_L) + u_b}$

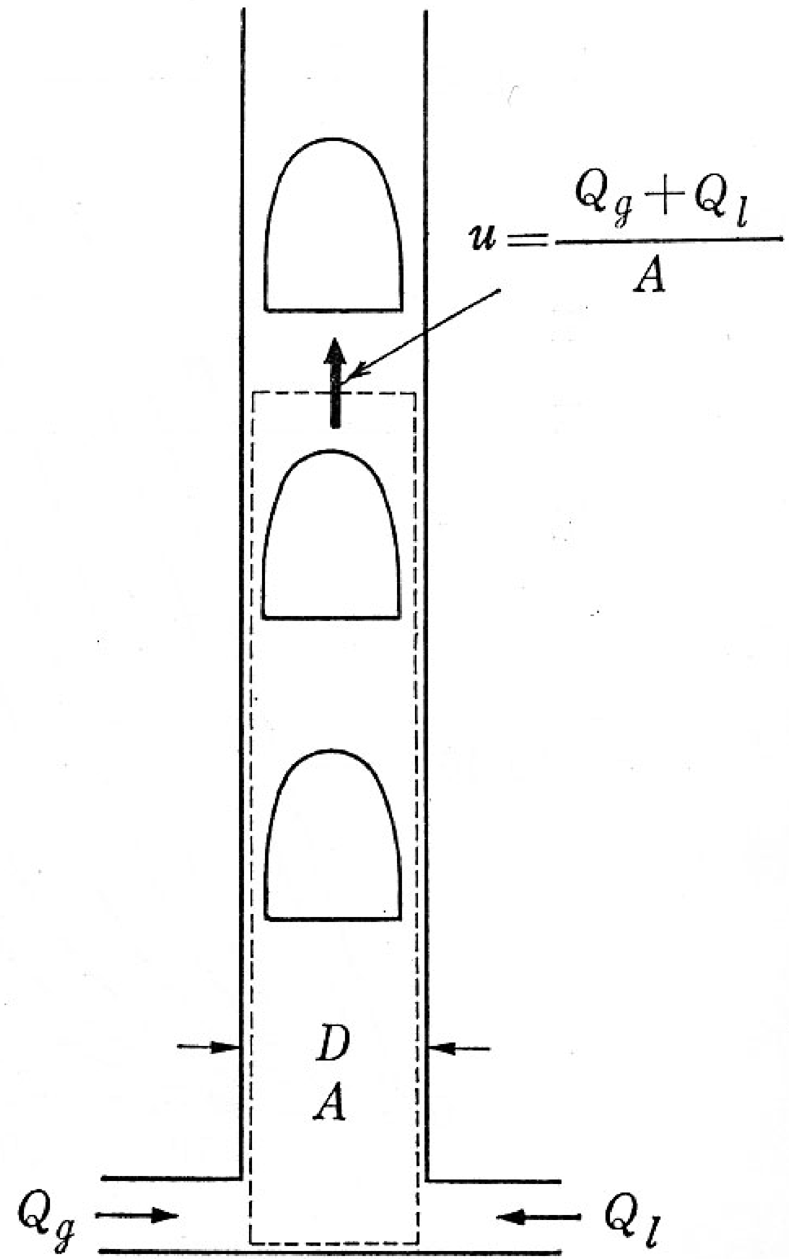



図 4.5　スラグ流

# 気相の平均速度

スラグ流

$$u_g = 1.2(U_g + U_L) + 0.35\sqrt{gD}$$

気泡流、チャーン流

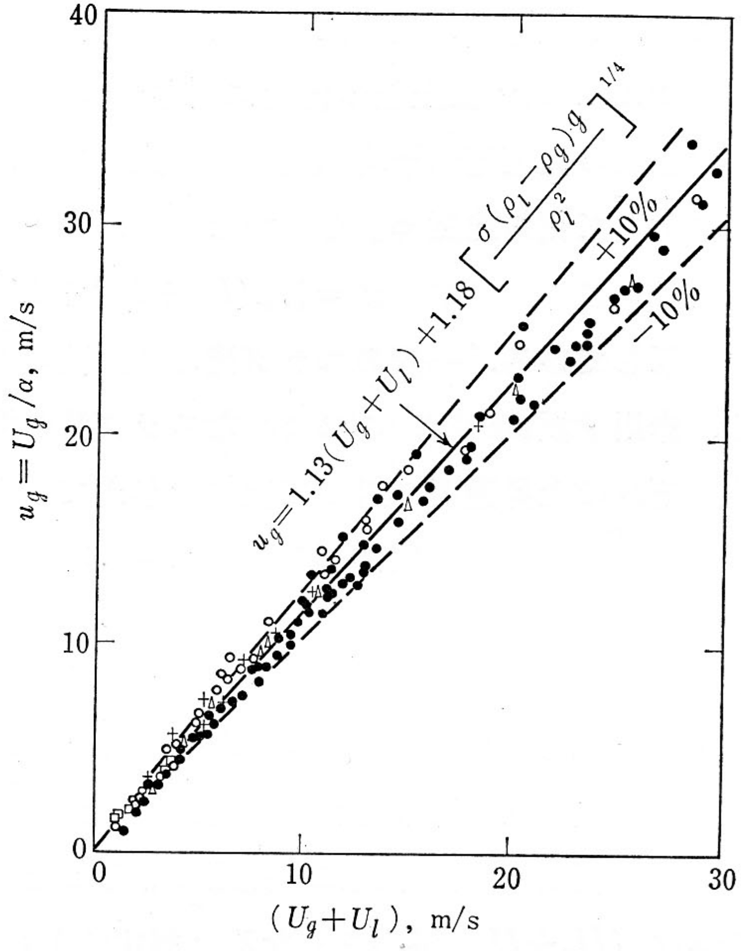
$$u_g = 1.13(U_g + U_L) + 1.18\left(\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2}\right)^{1/4}$$

または

$$u_g = 1.2(U_g + U_L) + \sqrt{2}\left(\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2}\right)^{1/4}$$

高圧までの式

$$u_g = (1.2 - 0.2\sqrt{\rho_g / \rho_L})(U_g + U_L) + \sqrt{2}\left(\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L^2}\right)^{1/4}$$




● Miropolsky, Z. L., 2nd All-Union Heat Transfer Conf., 1964, Minsk, USSR.

○ Sher, N. S., Thesis Univ. of Minnesota, Sept. 1955.

△ Rouhani, S. Z., AE-106(1963), Aktiebolaget Atomenergi, Studsvik, Sweden.

□ Schwarz, K., VDI-Forschungsheft 445 (1954).

+ Jansen, E., GEAP 4616 (May, 1964)

図 4.6 蒸気-水系二相流の気相平均流速 (Zuber ら)

# 気相の平均速度

流速が大きい場合　$(U_g+U_L) >> u_b$

$u_g = C_0(U_g+U_L)$　　$\alpha = U_g / u_g = \dfrac{U_g}{C_0(U_g+U_L)} = \dfrac{\beta}{C_0}$

$\alpha / \beta = \dfrac{1}{C_0} = K$　の形の相関式もある

$$\alpha / \beta = K = 0.71 + 0.0014p \quad (p : ata)$$

$$\alpha / \beta = \frac{(1-\alpha)^2}{1-\beta}$$

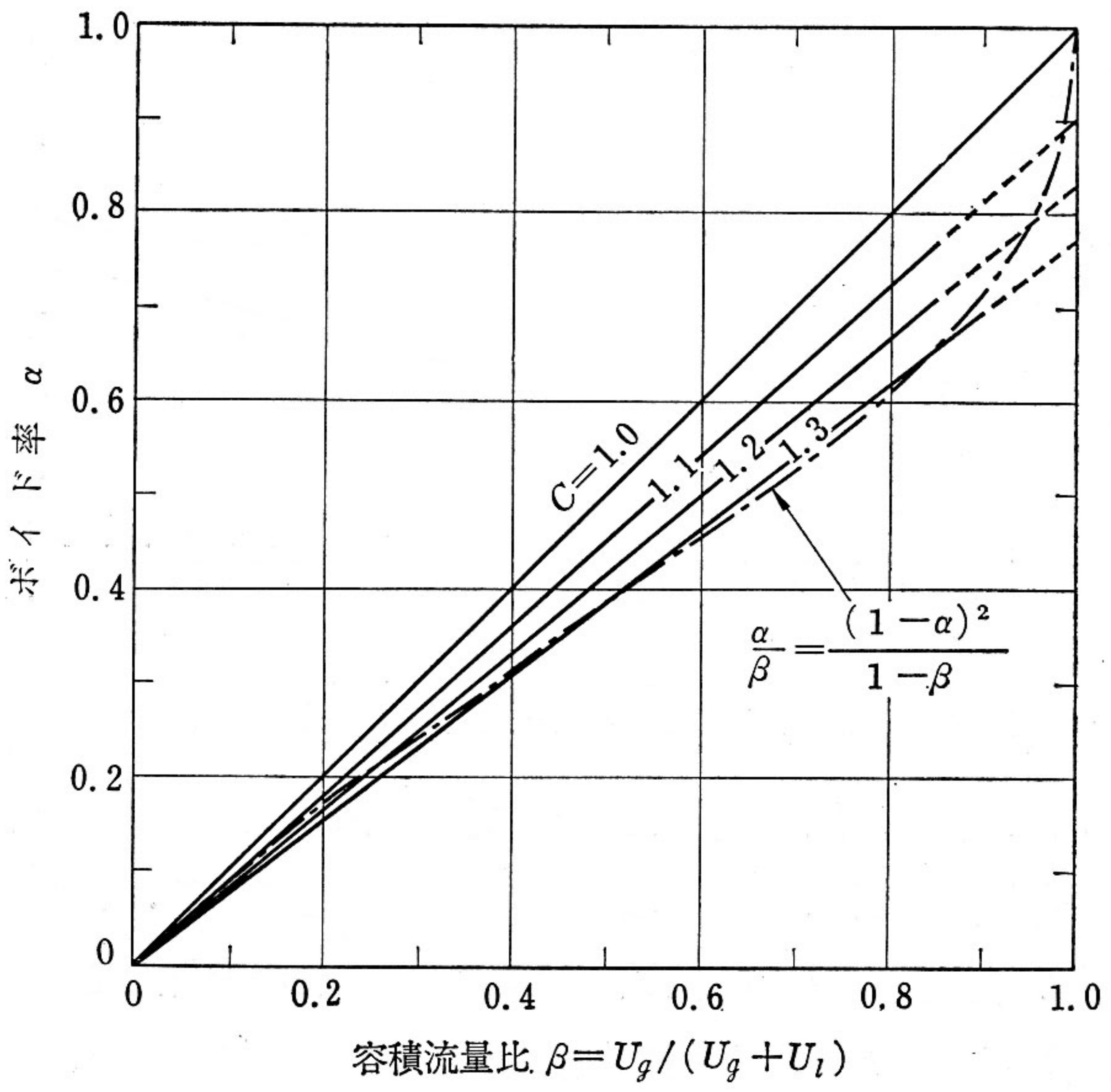



図 4.7　ボイド率と容積流量比

# ボイド率とクオリティの関係

沸騰流ではクオリティとボイド率を関係づけた方が便利

$$\alpha = K\beta = K\frac{U_g}{(U_g + U_L)} = K\frac{\rho_g U_g/\rho_g}{(\rho_g U_g/\rho_g + \rho_L U_L/\rho_L)}$$

$$= K\frac{Gx/\rho_g}{\left\{Gx/\rho_g + G(1-x)/\rho_L\right\}} = K\frac{1}{\left\{1 + (\frac{1}{x} - 1)\frac{\rho_g}{\rho_L}\right\}}$$

$$s = \frac{u_g}{u_L} = \frac{U_g(1-\alpha)}{U_L\alpha} = \frac{\beta}{1-\beta}\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{1-\alpha}{\alpha/\beta - \alpha} = \frac{1-\alpha}{K-\alpha}$$

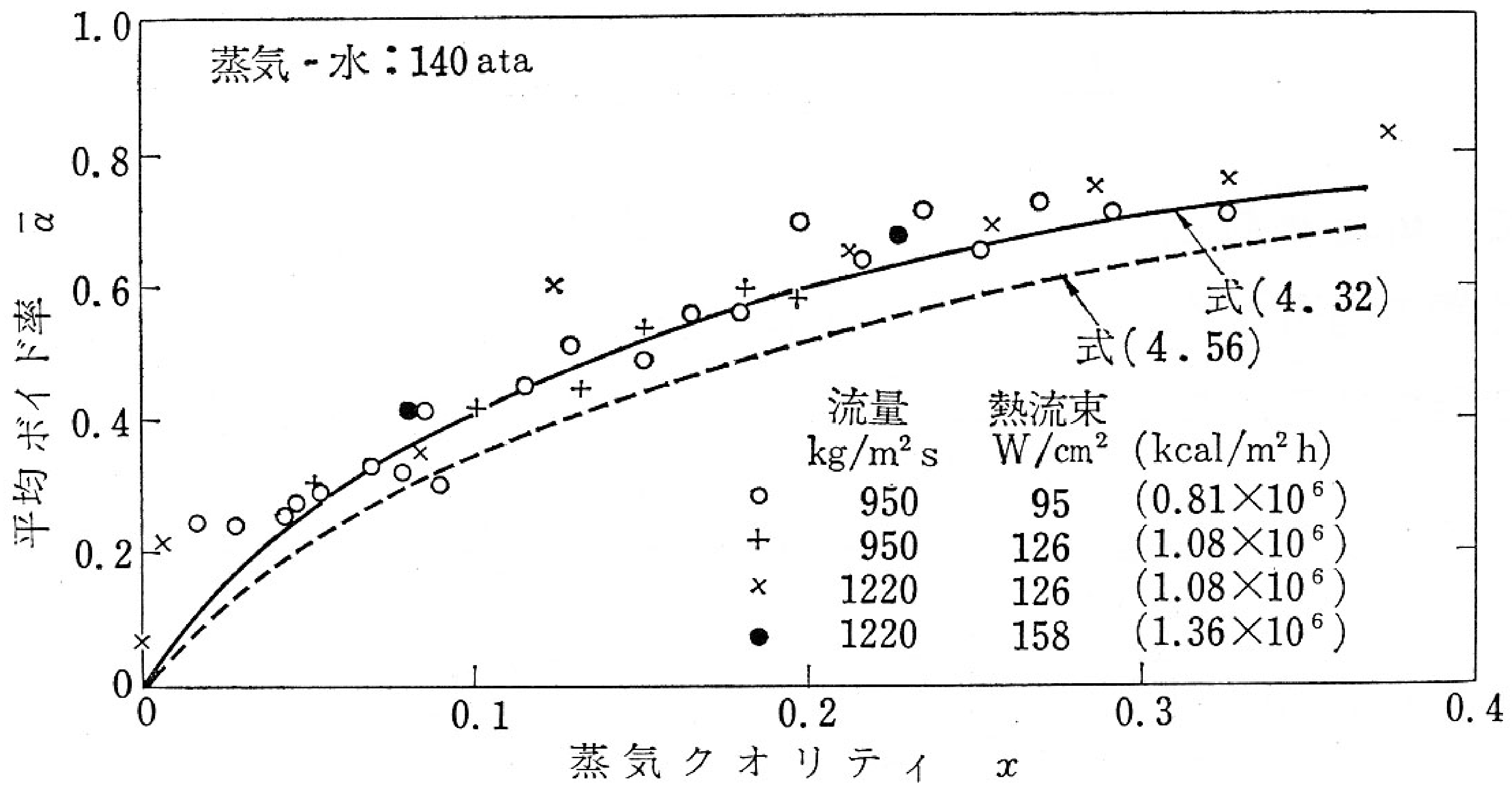



図 4.10 平均ボイド率とクオリティ（EGEN らのデータ）

# 気相の平均速度（円管以外）

スラグ流　$u_g = (1 + C_1)(U_g + U_L) + C_2 C_3 \sqrt{g D_b}$

$D_b$は流路の最大寸法

$C_3$=1.0 （非加熱）　$C_3$=1.6 （加熱）

$C_1$,$C_2$は寸法比の関数

寸法比　$D_s/D_b$（矩形、環状流路）(1ー $D_h/D_b$)（ロッドバンドル）

$D_h$ :水力等価直径＝4x（流路断面積)/（濡れ縁長さ）

円管　$D_h = 4\frac{(\pi/4)D^2}{\pi D} = D$

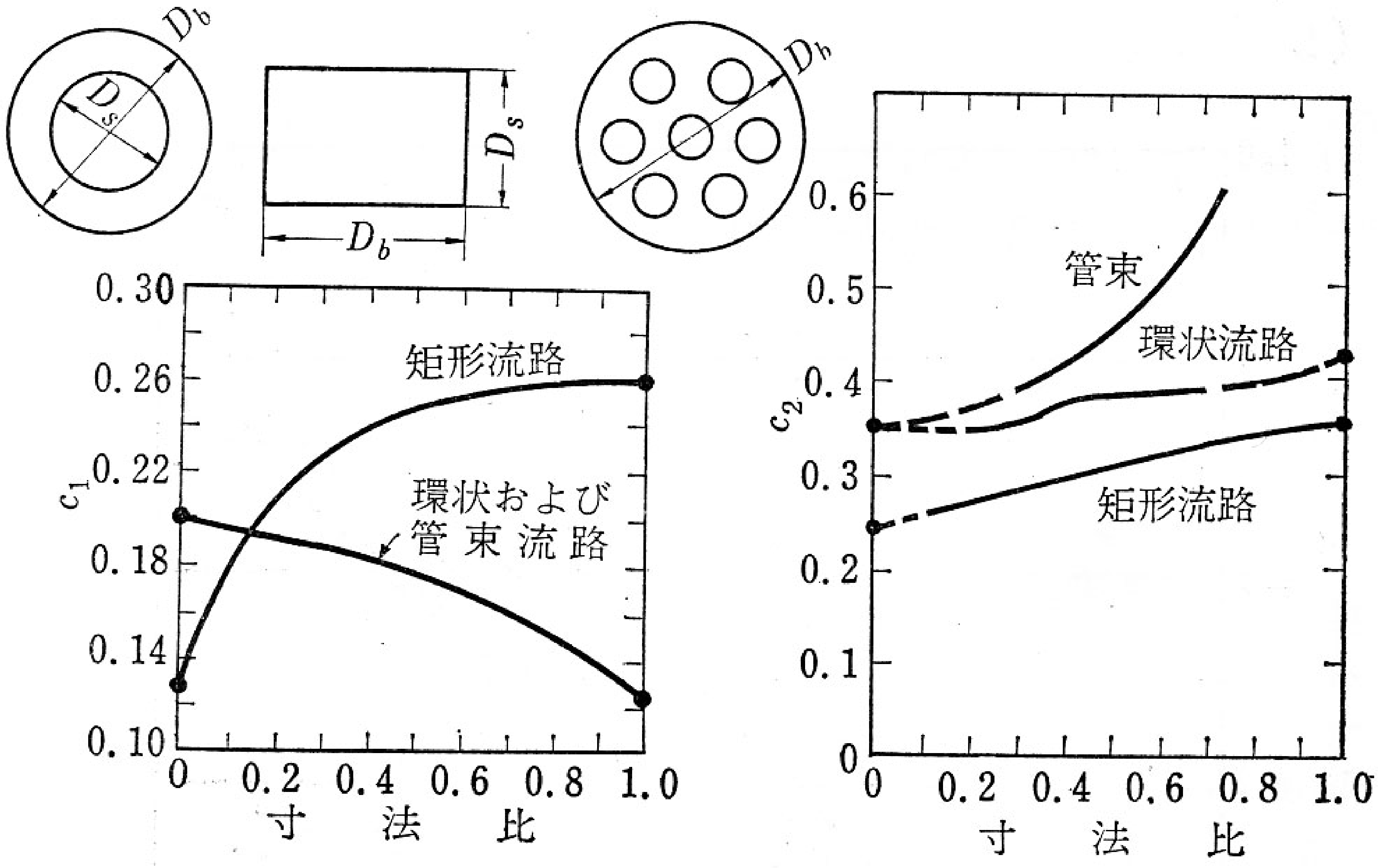



図 4.8　気相平均流速の係数—式 (4.27)—(Griffith)

# 分布定数の意味

流路の半径方向に気相、液相の速度、ボイド率が分布を持つとする。

局所的な気相、液相の速度、ボイド率を

$u_g$, $u_L$,$\alpha$とし、気液の速度を等しいとする。

$u_g = u_L = u$

速度分布、ボイド率分布を指数型分布とする。

$$u = u_c \left( \frac{y}{r_w} \right)^{1/n} \qquad \alpha = \alpha_c \left( \frac{y}{r_w} \right)^{1/m}$$

添え字Cは中心での値、$r_w$は流路半径、$y$は壁からの距離

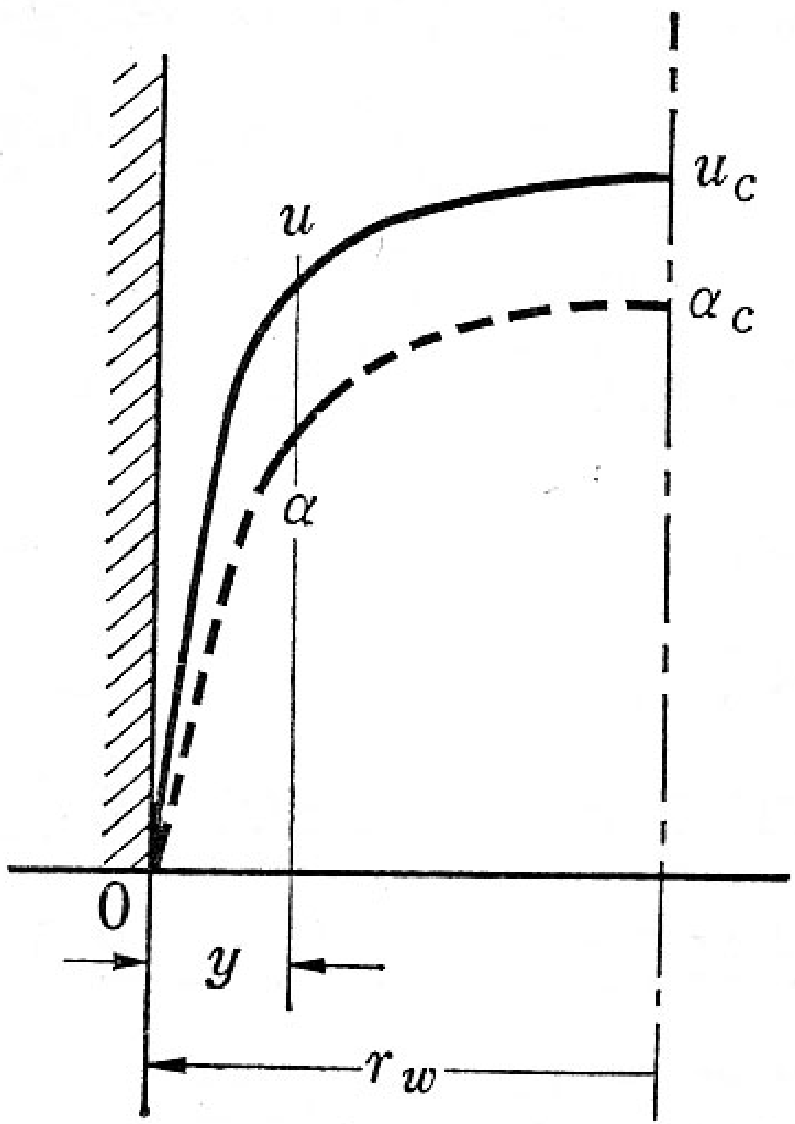



図 4.9　ボイド率と速度分布

# 分布定数の意味

## 平均ボイド率と平均速度

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{\pi r_w^2}\int_0^{r_w} 2\pi r_w \left(1-\frac{y}{r_w}\right)\alpha dy = 2\alpha_c \int_0^1 \left(1-\frac{y}{r_w}\right)\left(\frac{y}{r_w}\right)^{1/n} d\left(\frac{y}{r_w}\right)$$

$$= 2\alpha_c \left\{\frac{1}{1+(1/n)} - \frac{1}{2+(1/n)}\right\} = 2\alpha_c \frac{n^2}{(n+1)(2n+1)}$$

$$\overline{U} = \overline{\alpha u_g} + \overline{(1-\alpha)u_L} = \overline{u} = \frac{1}{\pi r_w^2}\int_0^{r_w} 2\pi r_w \left(1-\frac{y}{r_w}\right) u dy$$

$$= 2u_c \int_0^1 \left(1-\frac{y}{r_w}\right)\left(\frac{y}{r_w}\right)^{1/m} d\left(\frac{y}{r_w}\right) = 2u_c \left\{\frac{1}{1+(1/m)} - \frac{1}{2+(1/m)}\right\}$$

$$= 2u_c \frac{m^2}{(m+1)(2m+1)}$$

# 分布定数の意味

## 気相の見かけ速度

$$\overline{U_g} = \overline{\alpha u_g} = \overline{\alpha u} = \frac{1}{\pi r_w^2}\int_0^{r_w} 2\pi r_w\left(1-\frac{y}{r_w}\right)\alpha u\,dy = 2u_c\alpha_c\int_0^1\left(1-\frac{y}{r_w}\right)\left(\frac{y}{r_w}\right)^{1/m+1/n} d\left(\frac{y}{r_w}\right)$$

$$= 2u_c\alpha_c\left\{\frac{1}{1+(1/m)+(1/n)}-\frac{1}{2+(1/m)+(1/n)}\right\} = 2u_c\alpha_c\frac{m^2n^2}{(mn+m+n)(2mm+m+n)}$$

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{U_g}}{C_0\overline{\overline{U}}} \qquad C_0 = \frac{1}{\overline{\overline{\alpha}}}\frac{\overline{U_g}}{\overline{\overline{U}}} = \frac{(n+1)(2n+1)(m+1)(2m+1)}{2(mn+m+n)(2mn+m+n)}$$

n=2, m=2 で1.17

$$\overline{U_g} = C_0\overline{\alpha}\overline{U}$$

# 分布定数の意味

速度差を考慮した場合

$u_g = (U_g + U_L) + u_b = U + u_b$ （局所値とする）

$\alpha u_g = U_g = \alpha U + \alpha u_b$

$\alpha = \alpha_c \left(\frac{y}{r_w}\right)^{1/m}$ $U = U_c \left(\frac{y}{r_w}\right)^{1/n}$ とし$u_b$は$\alpha$に関係しないと仮定

$$\overline{U_g} = \overline{\alpha U} + \overline{\alpha} u_b = C_0 \overline{\alpha}\,\overline{U} + \overline{\alpha} u_b \qquad \overline{\alpha} = \frac{\overline{U_g}}{C_0 \overline{U} + u_b}$$

沸騰流の場合 $$\frac{\alpha - \alpha_W}{\alpha_c - \alpha_W} = 1 - \left(\frac{r_w - y}{r_w}\right)^{1/n}$$

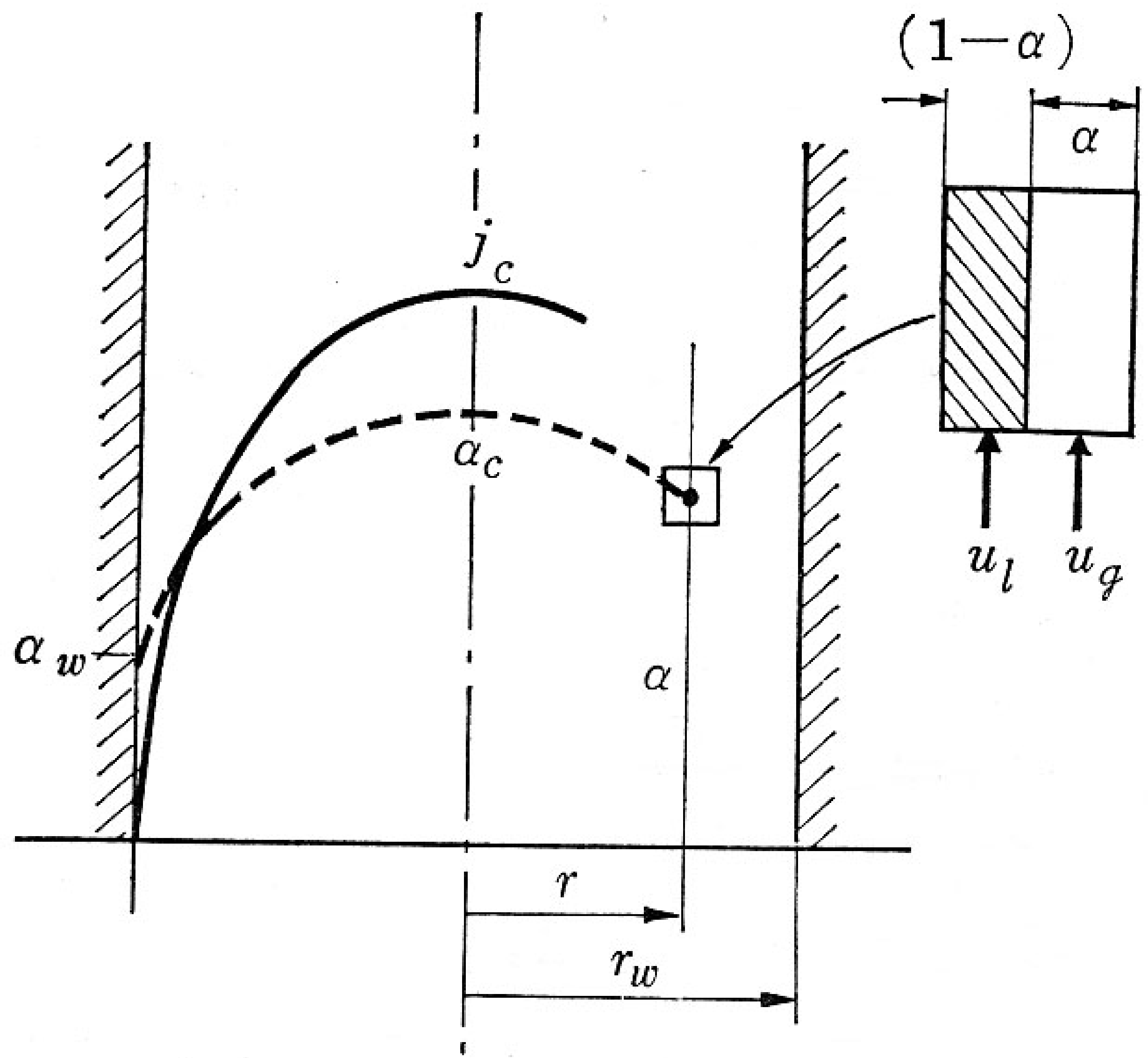



図 4.11　ボイド率と速度分布

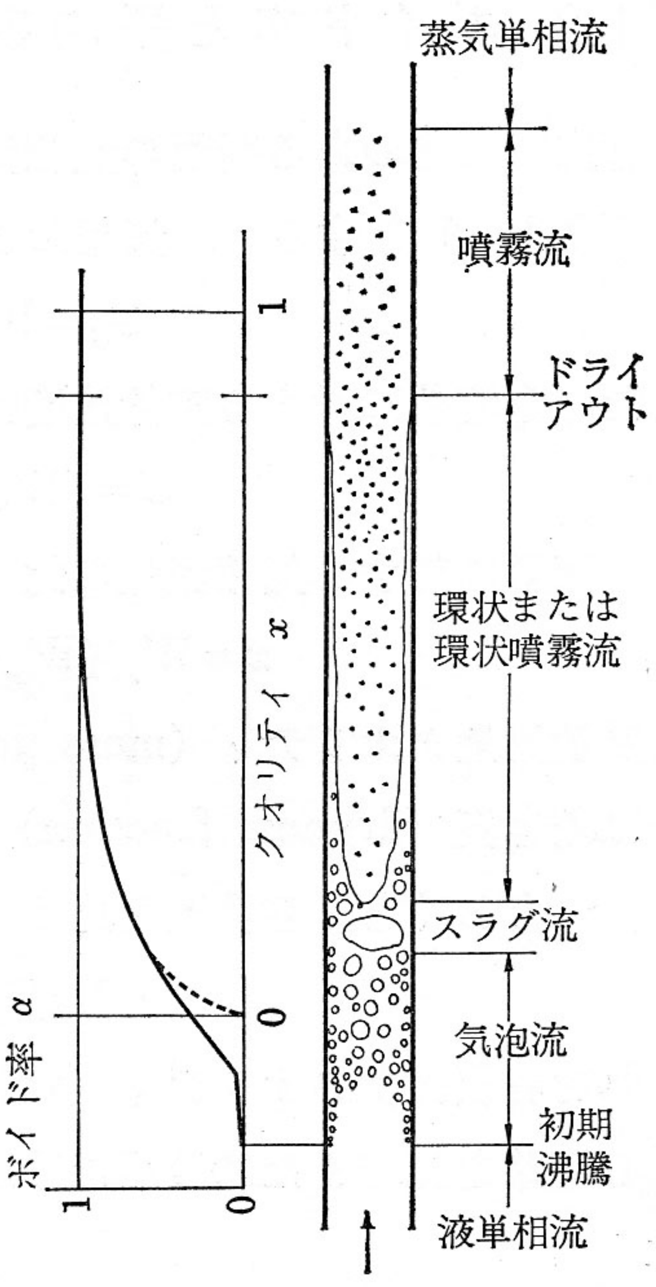



図 1.3　蒸発管内の流動様式の変化

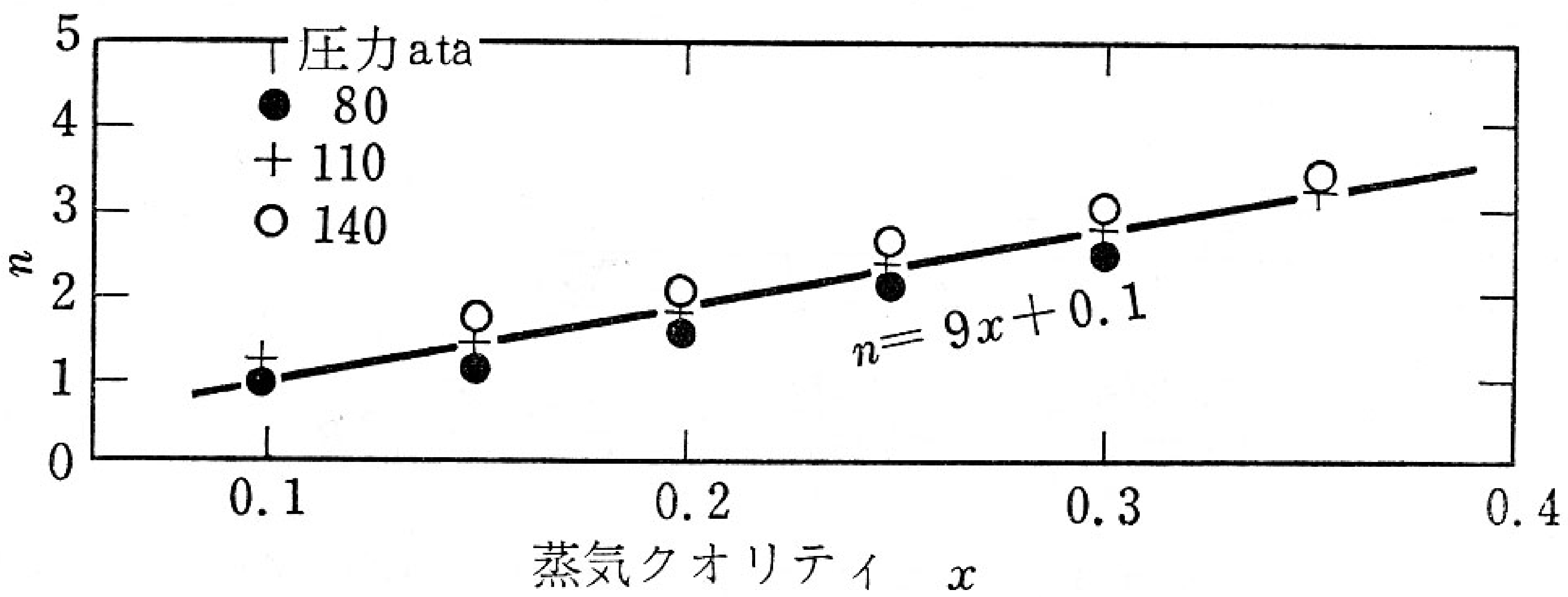



図 4.12 式 (4.50) の $n$ の値 (Martin)