

第2章 流れの基礎式

気液二相流の基礎式

質量、運動量、エネルギーの保存式

気相の液相が混在するので適当なモデルが必要。時間、空間の平均

実用上重要な基礎式

管内の定常二相流（相変化は考慮、流れ方向に変化）

管断面での平均による一次元流

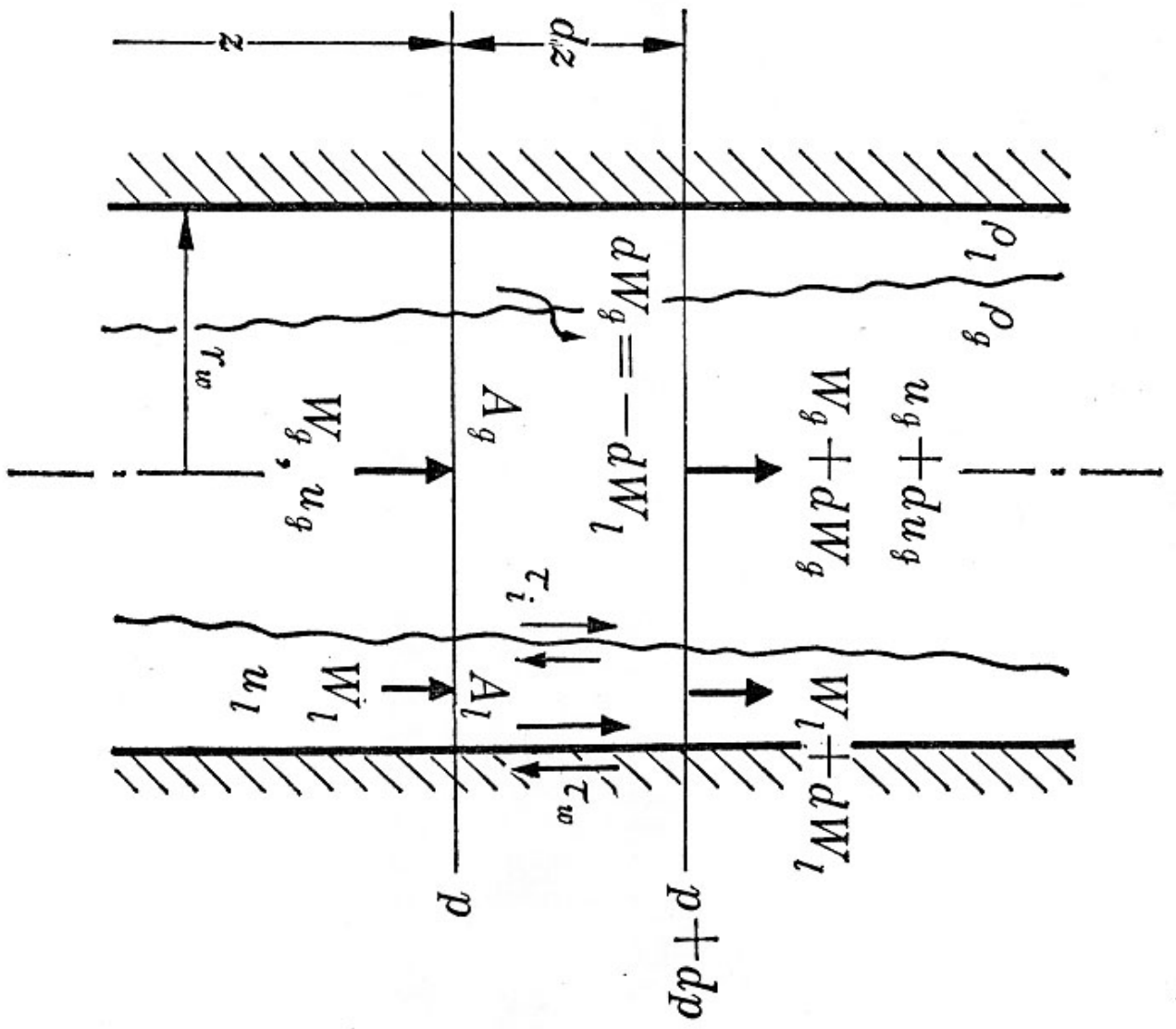


図 2.1 環状流モデル

分離流モデル

質量の保存式 $W = W_g + W_1 = \text{一定}$

$$W_g = A \alpha u_g \rho_g = A_g u_g \rho_g, \quad W_1 = A(1 - \alpha) u_1 \rho_1 = A_1 u_1 \rho_1$$

$$\frac{dW_g}{dz} + \frac{dW_1}{dz} = 0$$

運動量の保存式

$$M_g = A_g u_g^2 \rho_g = W_g u_g = W_g^2 / (A_g \rho_g) = (W^2 / A) x^2 / (\alpha \rho_g)$$

$$M_1 = A_1 u_1^2 \rho_1 = W_1 u_1 = W_1^2 / (A_1 \rho_1)$$

$$= (W^2 / A) (1 - x)^2 / \{ (1 - \alpha) \rho_1 \}$$

分離流モデル(運動量保存)

$$dM_g = u_i dW_g - A_g dp - \rho_g g A_g dz - 2\pi r_i \tau_i dz$$

$$dM_l = -u_i dW_g - A_l dp - \rho_l g A_l dz + 2\pi r_i \tau_i dz - 2\pi r_w \tau_w dz$$

二式を加えて

$$dM_g + dM_l = -(A_g + A_l) dp - (\rho_g A_g + \rho_l A_l) g dz - 2\pi r_w \tau_w dz$$

両辺を $A dz$ で割り円管では $A = \pi r_w^2$ を用いて

$$-\frac{dp}{dz} = \{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l\} + 2 \frac{\tau_w}{r_w} + G^2 \frac{d}{dz} \left\{ \frac{x^2}{\alpha \rho_g} + \frac{(1 - x)^2}{(1 - \alpha) \rho_l} \right\}$$

$$-\Delta p = \int_0^L \left[\{\alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l\} + 2 \frac{\tau_w}{r_w} \right] dz + G^2 \left\{ \frac{x_e^2}{\alpha_e \rho_g} + \frac{(1 - x_e)^2}{(1 - \alpha_e) \rho_l} - \frac{1}{\rho_l} \right\}$$

分離流モデル(エネルギー保存)

各相の全エネルギー $E_k = H_k + (1/2)u_k^2 + z_0 g$

$$2\pi r_w q_w (=q_L) dz = d(W_g E_g) + d(W_l E_l)$$

$$= W_g dE_g + W_l dE_l + (E_g - E_l) dW_g$$

エンタルピーが運動エネルギーや位置エネルギーよりも十分大きく、流れ方向への変化も小さい時

$$2\pi r_w q_w (=q_L) dz = (H_g - H_l) dW_g = H_{lg} dW_g$$

$$dx = dW_g / W = 2\pi r_w q_w dz / (H_{lg} W)$$

分離流モデル(エネルギー保存)

$$H_k = u_{Ek} + pv_k \quad u_{Ek} : \text{内部エネルギー}$$

$$2\pi r_w q_w dz = d(W_g u_{Eg} + W_l u_{El}) + d(W_g pv_g + W_l pv_l) \\ + (1/2) d(W_g u_g^2 + W_l u_l^2) + W_g dz_0$$

$$Q = W_g v_g + W_l v_l \quad : \text{全容積流量}$$

$$-Q(dp/dz) = -2\pi r_w q_w + d/dz(W_g u_{Eg} + W_l u_{El}) \\ + pdQ/dz + (1/2) (d/dz)(W_g u_g^2 + W_l u_l^2) + W_g$$

断熱系: u_g 、 u_l 、 Q 一定、 $q_w=0$ 、

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{1}{Q} \left(W_g \frac{du_{Eg}}{dz} + W_l \frac{du_{El}}{dz} \right) + \frac{W_g}{Q}$$

圧力損失の比較

力学的バランス

$$-\frac{dp}{dz} = \{\alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l\}g + 2\frac{\tau_w}{r_w}$$

摩擦項、静圧項

エネルギーバランス

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{1}{Q} \left(W_g \frac{du_{Eg}}{dz} + W_l \frac{du_{El}}{dz} \right) + \frac{Wg}{Q}$$

非可逆項、位置エネルギー増加項

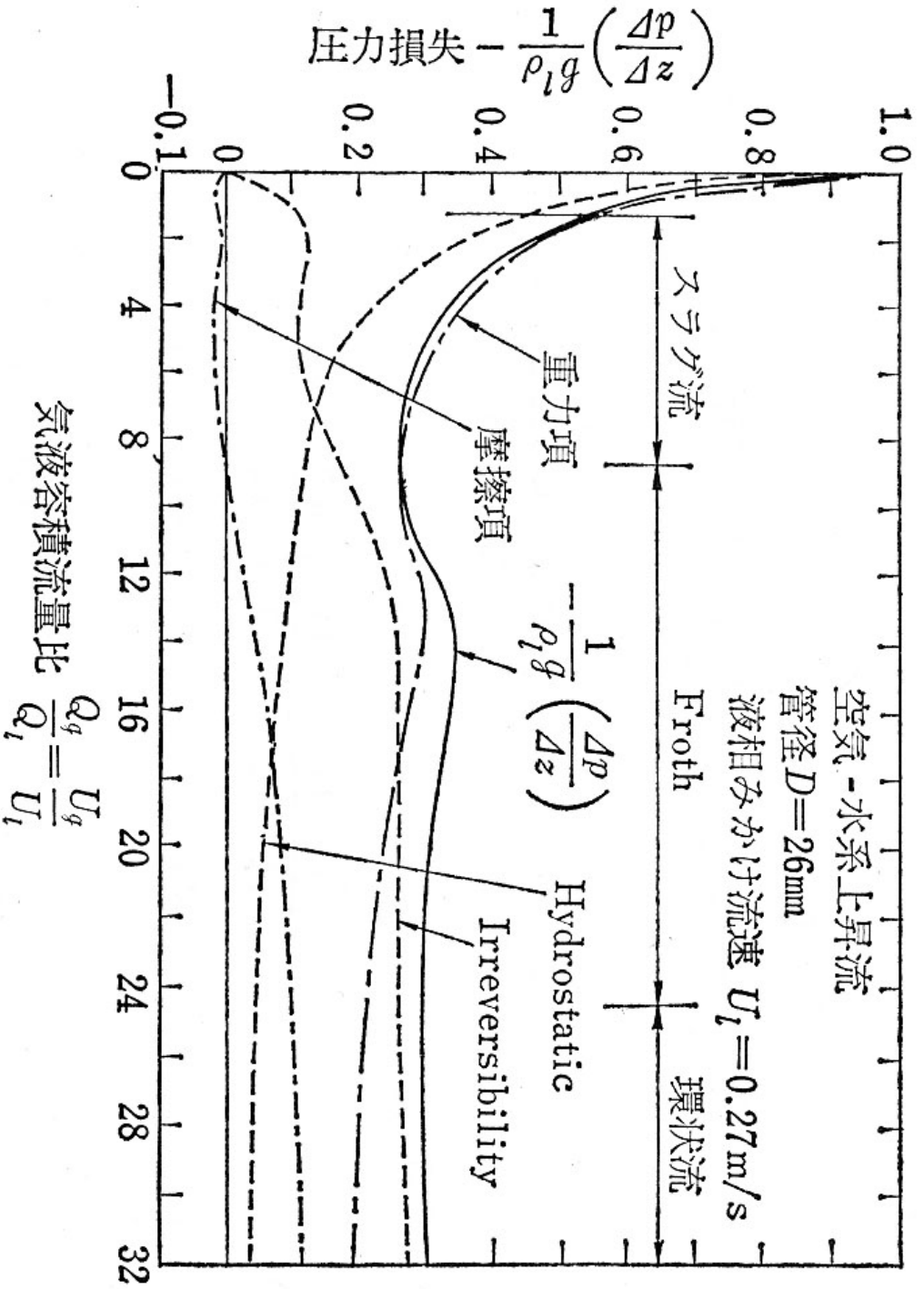


図 2.2 圧力損失の各成分 (VOHR)

均質流モデル

気相と液相の速度が等しいと仮定した場合
の基礎式

水平から角度 θ の流路

一つの速度 u 密度が変化する单相流のよう
な取り扱いが可能

$W = A \rho_m u = Au/v_m = \text{一定}$ 質量保存の式

$$v_m = xv_g + (1-x)v_l = v_l + x(v_g - v_l) = v_l + xv_{lg}$$

均質流モデル

$$u = u_g = u_l$$

$$U = U_g + U_l = \alpha u_g + (1 - \alpha) u_l = \alpha u + (1 - \alpha) u = u$$

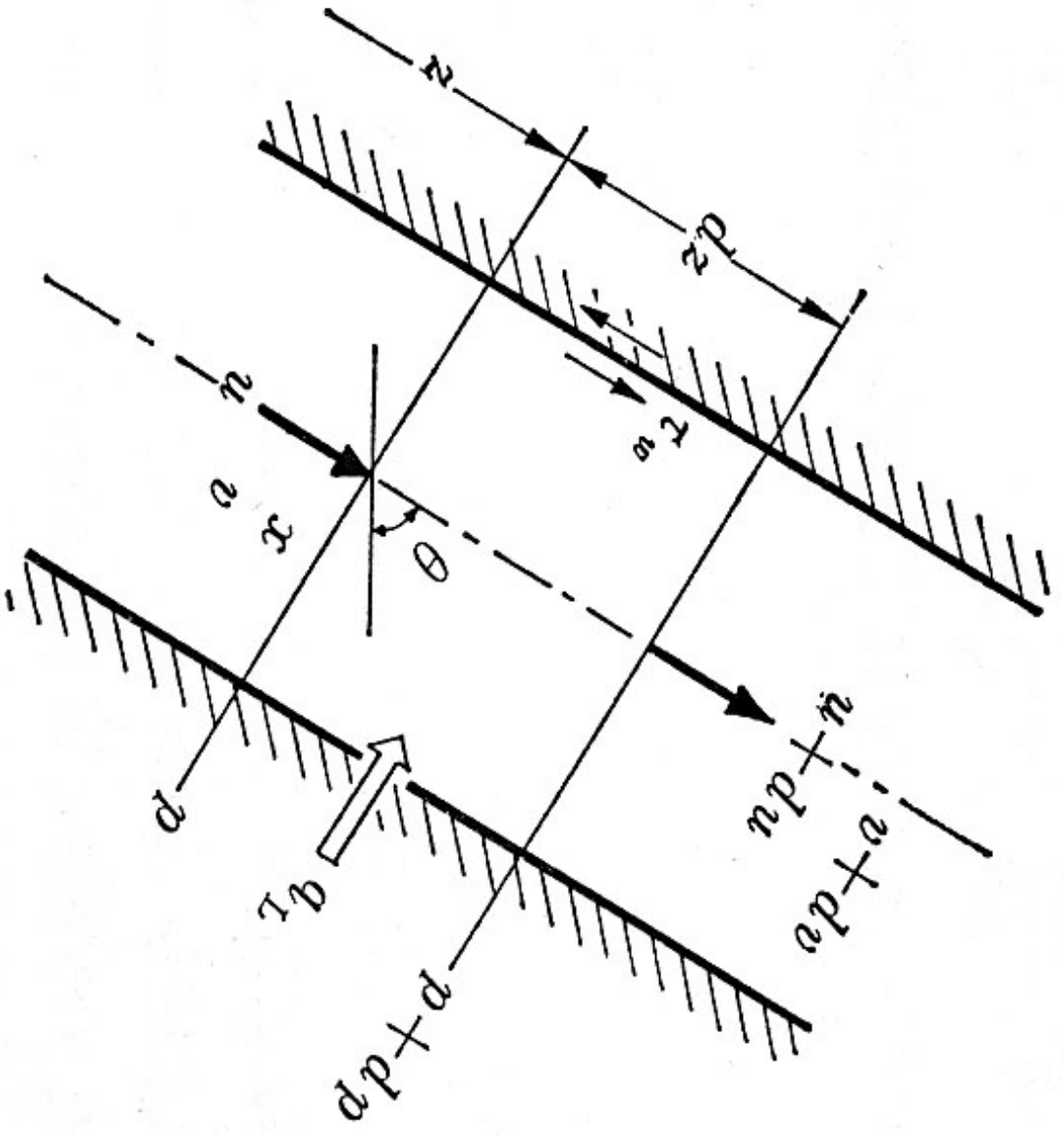
$$\beta = U_g / U = \alpha u_g / U = \alpha u_g / u = \alpha u_g / u_g = \alpha$$

$$\begin{aligned} G &= G_g + G_l = \rho_g U_g + \rho_l U_l = \alpha u_g \rho_g + (1 - \alpha) u_l \rho_l \\ &= \{ \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \} u = \rho_m u \end{aligned}$$

$$u = U_g + U_l = Gx / \rho_g + G(1 - x) / \rho_l = G \{ x / \rho_g + (1 - x) / \rho_l \}$$

$$1 / \rho_m = x / \rho_g + (1 - x) / \rho_l = xv_g + (1 - x)v_l = v_m$$

図 2.3 均質流モデル



均質流モデル(運動量の式)

$$Wdu = -Adp - A\rho_m \sin\theta g dz - 2\pi r_w \tau_w dz$$

$$-\frac{dp}{dz} = \rho_m g \sin\theta + 2\frac{\tau_w}{r_w} + \frac{W}{A} \frac{du}{dz}$$

$$\frac{W}{A} \frac{du}{dz} = \left(\frac{W}{A}\right)^2 \frac{dv_m}{dz} \cong G^2 v_{lg} \frac{dx}{dz}$$

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{g \sin\theta}{v_1 + xv_{lg}} + 2\frac{\tau_w}{r_w} + G^2 v_{lg} \frac{dx}{dz} \quad \tau_w = f_F \frac{\rho_m u^2}{2} = f_F \frac{G^2 v_m}{2}$$

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{g \sin\theta}{v_1 + xv_{lg}} + \frac{f_F}{r_w} G^2 (v_1 + xv_{lg}) + G^2 v_{lg} \frac{dx}{dz}$$

エネルギーの式

$$dx = dW_g / W = 2\pi r_w q_w dz / (H_{lg} dW)$$

環状噴霧流の基礎式

壁面に液膜流 W_f 、 u_f 、中心部に気相流 W_g 、 u_g 、
その中に液滴 W_d 、 u_d

液膜から液滴が発生：単位長さあたり W_{fd}

発生時の速度 u_{fi}

液膜から液滴が付着：単位長さあたり W_{gd}

付着時の速度 u_{gi}

断熱流 $W_g = \text{一定}$ 、 $W_f + W_d = W_1 = \text{一定}$

$$dW_d = dW_{fd} - dW_{gd}$$

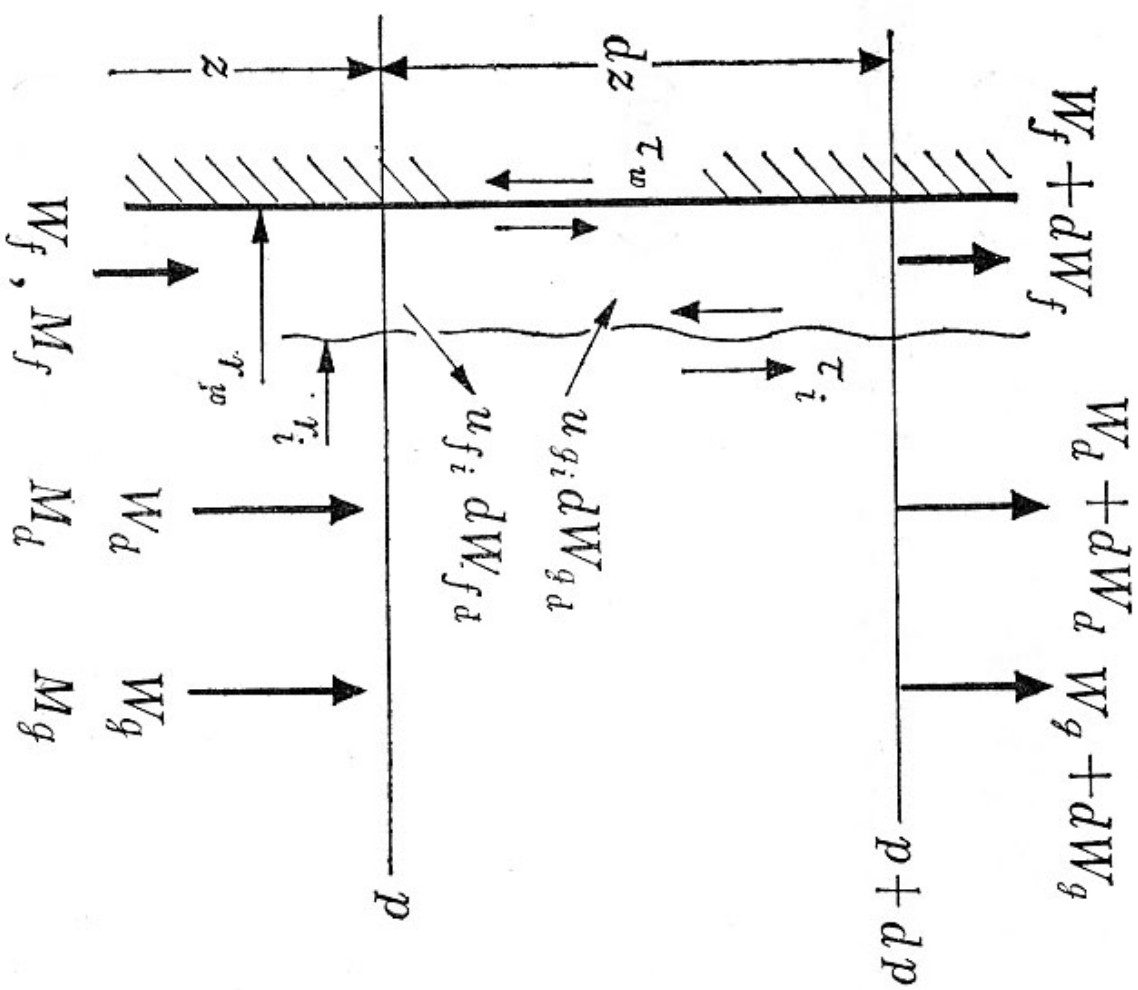


図 2.4 環状噴霧流モデル

環状噴霧流の基礎式(運動量式)

液滴流

$$d(W_g u_g) + d(W_d u_d) = u_{fi} dW_{fd} - u_{gi} dW_{gd} - \pi r_i^2 dp - \pi r_i^2 \rho_{gd} g dz - 2\pi r_i \tau_i dz$$

液膜流

$$d(W_f u_f) = -u_{fi} dW_{fd} + u_{gi} dW_{gd} - \pi(r_w^2 - r_i^2) dp - \pi(r_w^2 - r_i^2) \rho_l g dz - 2\pi r_w \tau_w dz + 2\pi r_i \tau_i dz$$

$$-\frac{dp}{dz} = \left\{ \frac{r_i^2}{r_w^2} \rho_{gd} + \left(1 - \frac{r_i^2}{r_w^2}\right) \rho_l \right\} g + 2 \frac{\tau_w}{r_w} + \frac{1}{\pi r_w^2} \frac{d}{dz} (W_g u_g + W_d u_d + W_f u_f)$$

環状噴霧流の基礎式(運動量式)

$$\frac{r_i^2}{r_w^2} = \alpha + \alpha_d$$

$$\rho_m = \alpha\rho_g + \alpha_d\rho_l + (1 - \alpha - \alpha_d)\rho_l$$

$$\rho_{gd} = \frac{\alpha\rho_g + \alpha_d\rho_l}{\alpha + \alpha_d}$$

$$W_d = A\alpha_d\rho_l u_d \quad W_g = A\alpha\rho_g u_g$$

$$\alpha_d = \alpha \frac{u_g}{u_d} \frac{W_d}{W_g} \frac{\rho_g}{\rho_l} \cong \alpha \frac{W_d}{W_g} \frac{\rho_g}{\rho_l}$$

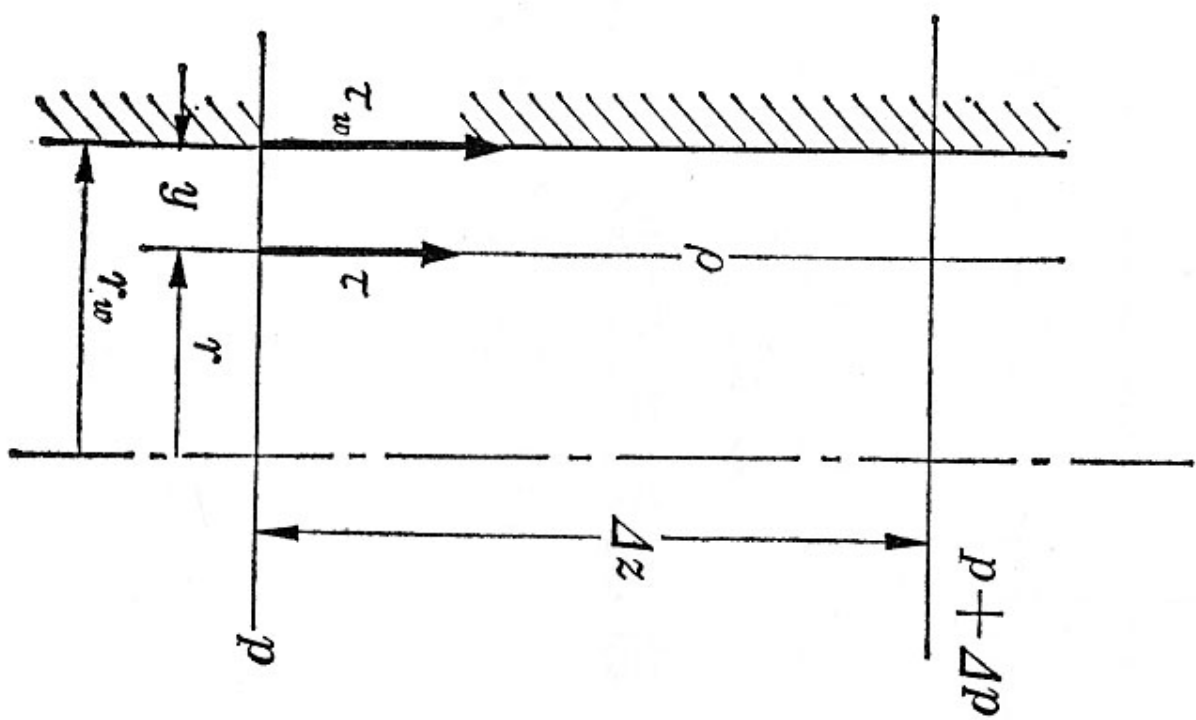


图 2.5 管中应力分布

せん断力分布

单相流：直線的、二相流では非直線的

$$-\frac{\Delta p}{\Delta z} = \pm\{\alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l\}g + 2\frac{\tau_w}{r_w} = \pm\rho_m g + 2\frac{\tau_w}{r_w}$$

$$-\frac{\Delta p}{\Delta z} = \pm\bar{\rho}g + 2\frac{\tau_w}{r_w} \quad \bar{\rho} = \frac{2}{r_w^2} \int_0^{r_w} \{\alpha\rho_g + (1-\alpha)\rho_l\}rdr$$

$$\tau = \frac{r}{r_w} \tau_w \pm \frac{r}{2} (\rho_m - \bar{\rho})g$$

+は上昇流、-は下降流

$\bar{\rho}$ 一定なら

$$\tau = \frac{r}{r_w} \tau_w = \left(1 - \frac{y}{r_w}\right) \tau_w$$

单相流と同じ直線分布

せん断力分布

ボイド率(気相)の空間分布によりせん断力分布は変化する。

中心部に気泡が多い分布

— 上昇流では上に凸な分布
 $\rho < \rho_m$ 下降流では下に凸な分布

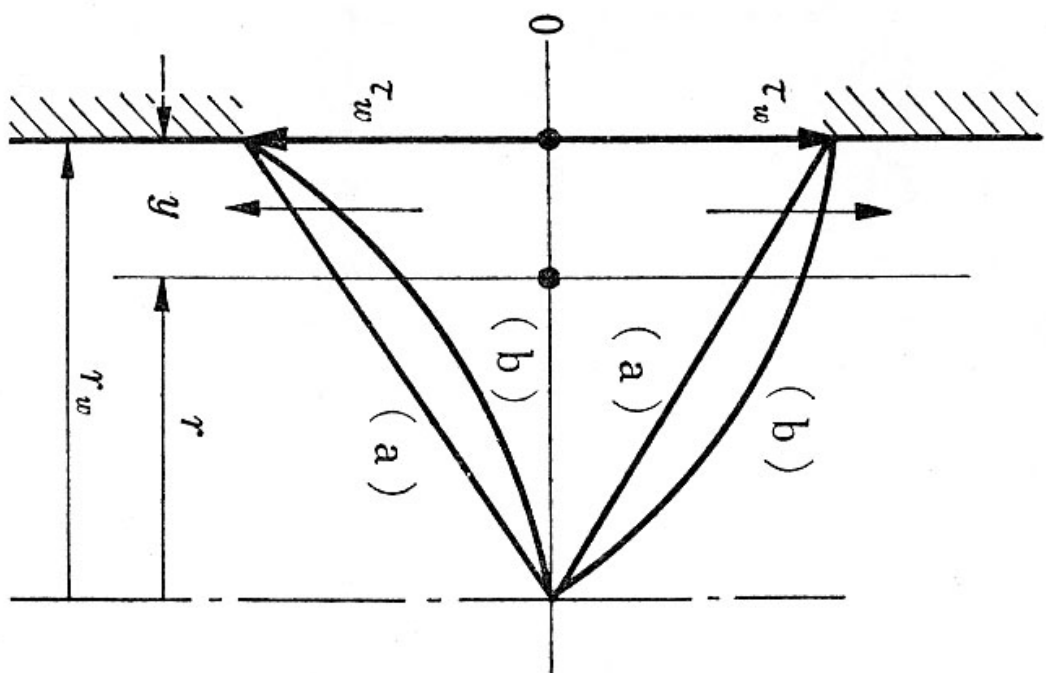


図 2.6 均質流および気泡流
のせん断力分布

環状流のせん断力分布

液膜厚さ y_i 気液界面の半径 r_i , 界面せん断力 τ_i

平均密度

$$\rho_m = \left\{ \frac{r_i^2}{r_w^2} \rho_g + \left(1 - \frac{r_i^2}{r_w^2}\right) \rho_l \right\}$$

$r (< r_w$: 液膜内)での平均密度

$$\bar{\rho} = \left\{ \frac{r_i^2}{r^2} \rho_g + \left(1 - \frac{r_i^2}{r^2}\right) \rho_l \right\}$$

せん断力分布

$$\tau = \frac{r}{r_w} \tau_w \pm \frac{r}{2} (\rho_l - \rho_g) g \left(\frac{r_i^2}{r^2} - \frac{r_i^2}{r_w^2} \right)$$

界面せん断力

$$\tau_i = \frac{r_i}{r_w} \tau_w \pm \frac{r_i}{2} (\rho_l - \rho_g) g \left(1 - \frac{r_i^2}{r_w^2} \right)$$

環状流のせん断力分布

$$\alpha = \frac{r_i^2}{r_w^2} \quad y = r_w - r \quad \text{を用いて}$$

$$\tau = \tau_w \pm \left[\alpha(\rho_l - \rho_g)g \left(1 + \frac{y}{2r}\right) \mp \frac{\tau_w}{r_w} \right] y \cong \tau_w \pm \left[\alpha\rho_l g \mp \frac{\tau_w}{r_w} \right] y$$

上昇流では单相流より y の増加に対する低下が小さい。場合によっては増加する事もある

下降流では y の増加に対して单相流より低下が大きくなる。

環状流の気相内のせん断力分布

気相部分 $\bar{\rho} = \rho_g$ $\rho_m - \bar{\rho} = (1 - \frac{r_i^2}{r_w^2})(\rho_l - \rho_g) = (1 - \alpha)(\rho_l - \rho_g)$

せん断力分布 $\tau = \frac{r}{r_w} \tau_w \pm \frac{r}{2} (1 - \alpha)(\rho_l - \rho_g)g$

单相流と同様の直線分布 $\tau = \frac{r}{r_i} \tau_i$

界面せん断力 $\tau_i = \frac{r_i}{r_w} \tau_w \pm \frac{r_i}{2} (\rho_l - \rho_g)g (1 - \frac{r_i^2}{r_w^2})$

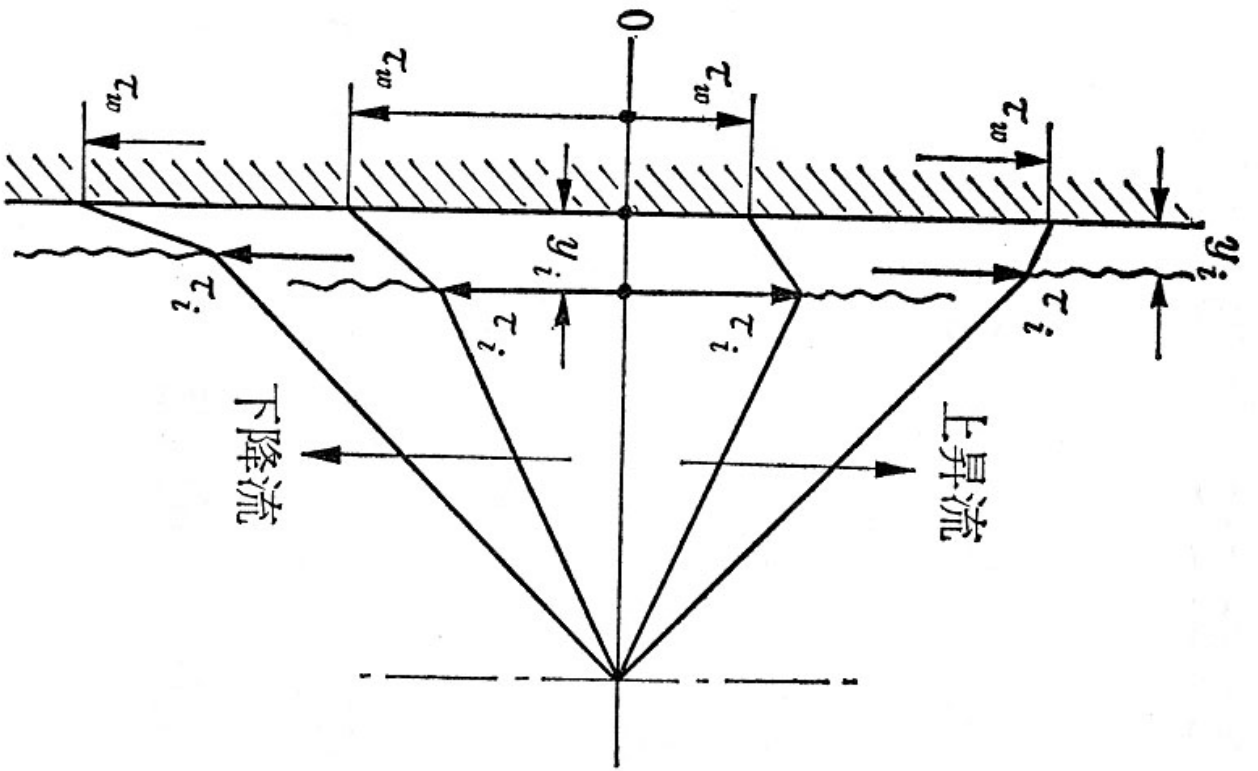


図 2.7 環状流のせん断力分布

水平流のせん断力分布

流れ方向に重力が働かない

平行平板内の層状流、波状流

せん断力分布は直線分布

気液の流束が大きくなる

気泡流、環状流(管内流では速度は流路
中心で最大)

单相流のせん断力分布と同じ

$$\tau = \frac{r}{r_w} \tau_w = \left(1 - \frac{y}{r_w}\right) \tau_w$$

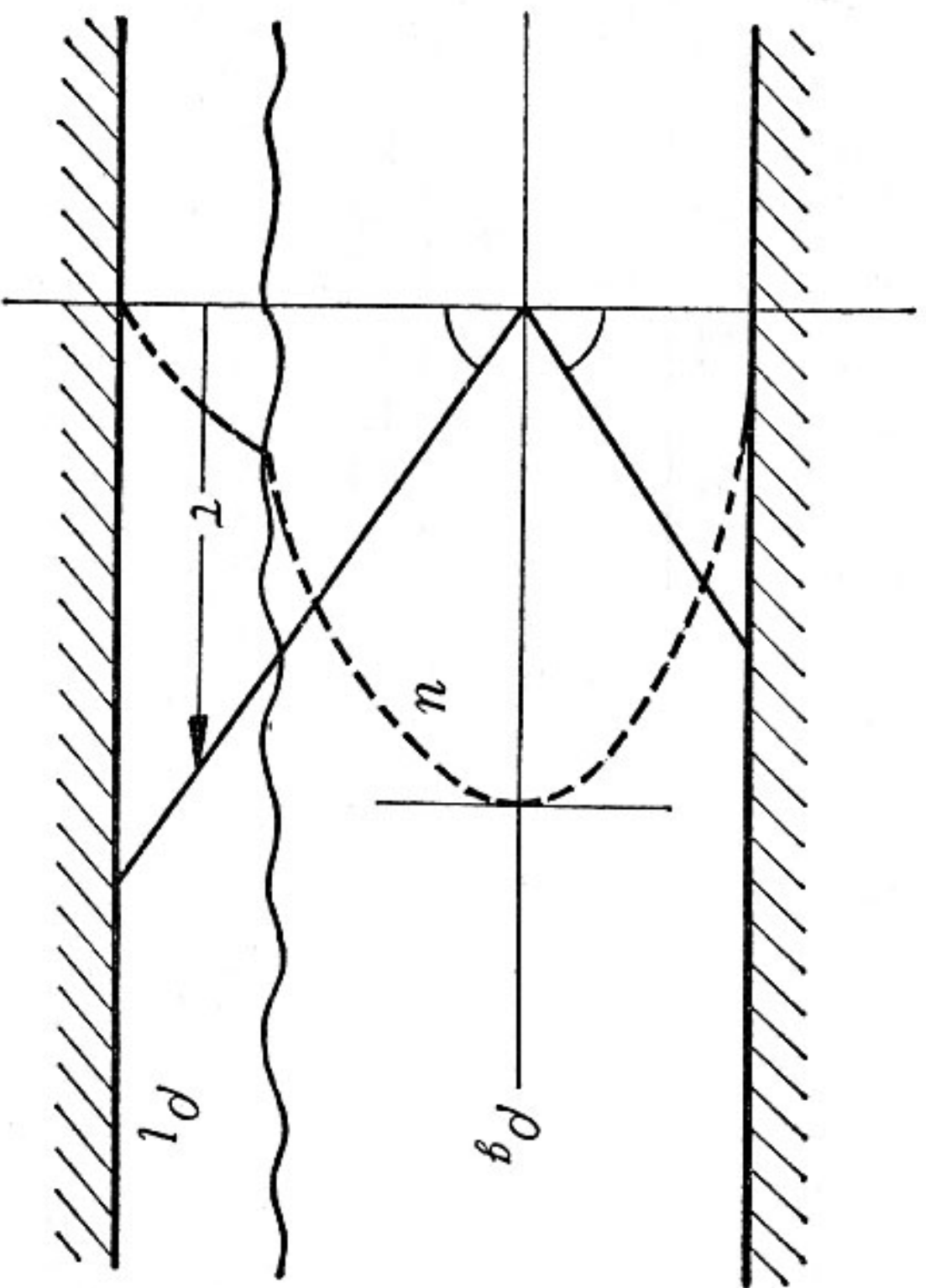


図 2.8 水平分離流のせん断力分布