

第10章液膜流の熱伝達

液膜流の熱伝達

環状流、液膜流を用いた伝熱装置

管内蒸発(ボイラー)、管内凝縮(凝縮器)

液膜を通して相変化による熱伝達

液膜冷却

液膜による壁面の冷却

熱伝達の解析

液膜内の速度分布と熱拡散係数が与えられる

エネルギー方程式を解き温度分布を求める

熱流束と温度差から熱伝達係数を求める

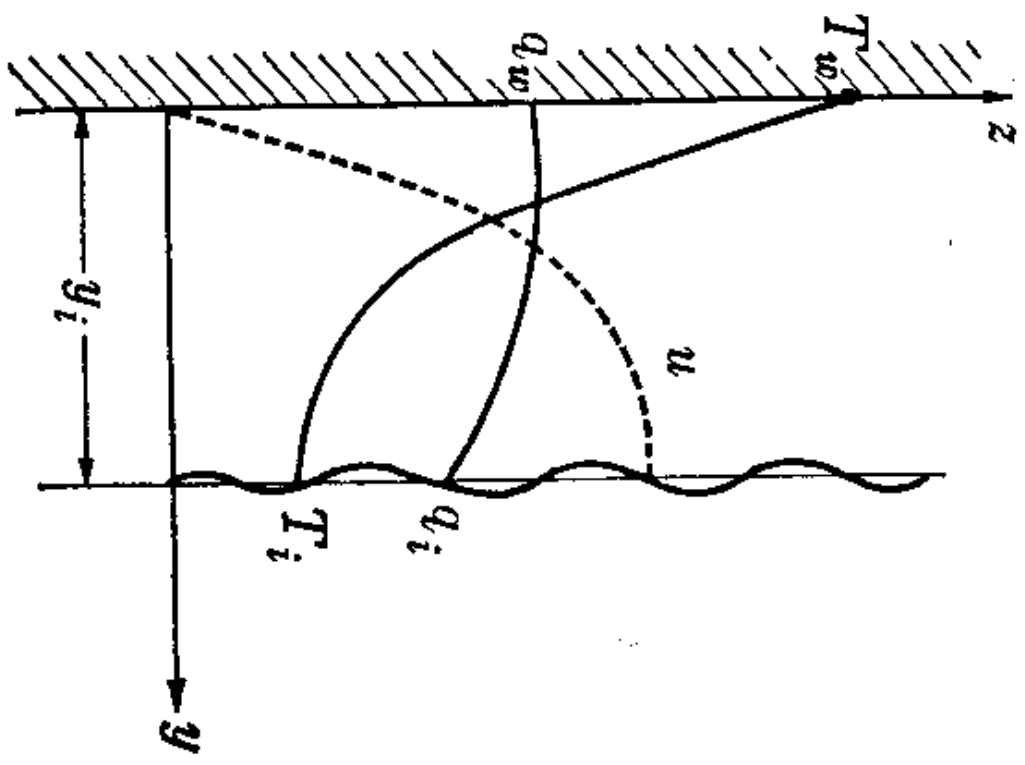


図 10.1 液膜流の熱流束

液膜内のエネルギー方程式

液膜内のy方向の熱流束と温度勾配

$$q = -\rho c_p (a + \varepsilon_h) \frac{dT}{dy} = -\rho c_p \left(\frac{v}{Pr} + \varepsilon_h \right) \frac{dT}{dy} \quad \tau = \rho (v + \varepsilon) \frac{du}{dy} \quad \frac{\tau}{\tau_w} = \left(1 + \frac{\varepsilon}{v} \right) \frac{du^+}{dy^+}$$

ε_h 乱流熱拡散係数 $Pr = v/a = c_p \mu/k$ プラントル数

$$\frac{q}{q_w} = \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_h}{v} \right) \frac{dT^+}{dy^+} \quad T^+ = \frac{\rho c_p (T_w - T)}{q_w} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

$Pr_t = \varepsilon/\varepsilon_h \approx 1$ 乱流プラントル数

乱流拡散係数がわかれば温度分布が計算できる

乱流拡散係数

三層モデル $\frac{\varepsilon}{\nu} = 0$ ($y^+ \leq 5$)
 $= y^+ / 5 - 1$ ($5 < y^+ \leq 30$)
 $= y^+ / 2.5 - 1 = y^+ / 2.5$ ($y^+ > 30$)

層流底層でも渦拡散係数を考える必要がある。

Lin $\frac{\varepsilon}{\nu} = (y^+ / 14.5)^2$ Sleicher $\frac{\varepsilon}{\nu} = (0.091)^2 (y^+)^2$

Deissler $\frac{\varepsilon}{\nu} = (0.109)^2 u^+ y^+ [1 - \exp\{(0.109)^2 u^+ y^+\}]$ ($y^+ \leq 26$)
 $= (0.36)^2 \left(\frac{du^+}{dy^+}\right)^3 / \left(\frac{d^2u^+}{dy^{+2}}\right)^2$ ($y^+ > 26$)

液膜内の熱流束分布

蒸発、凝縮

壁面からの熱は総て界面からの相変化に使われる
る $q(y)=q_w$ (y方向に一定)

液膜冷却

壁面からの熱は総て液膜に吸収される。 $q_i=0$
壁面熱流束 q_w が流れ方向 (z方向) に一定ならば

$$\frac{\partial q}{\partial y} = -\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial z} \quad \left(\frac{\partial T}{\partial z} \text{ 一定} \right)$$

液膜内の熱流束分布

積分して

$$q(y) = q_w - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} \int_b^y u dy$$

$$q_i = 0 \text{ より } q_i = q(y_i) = q_w - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} \int_b^{y_i} u dy = 0$$

$$q_w = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} \int_b^{y_i} u dy = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial z} v \frac{Re_f}{4}$$

$$\frac{q}{q_w} = 1 - \frac{4}{Re_f} \int_b^{y^+} u^+ dy^+$$

層流液膜

$$\frac{q}{q_w} = \frac{1}{Pr} \frac{dT^+}{dy^+}$$

蒸発、凝縮 $q(y) = q_w$ 、 $q/q_w = 1$

$$T^+ = Pr y^+ \frac{\rho c_p (T_w - T_i)}{q_w} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = Pr \frac{y_i}{v} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad h_i/k = 1/y_i$$

$$h_i \equiv \frac{q_w}{(T_w - T_i)} \quad h_i^* = \frac{h_i}{k} \left(\frac{v^2}{g} \right)^{1/3} \quad h_i^* = 1/y_i^*$$

$$Re_f = 4 \int_0^{y_i^+} u_L^+ dy^+ = 2(y_i^+)^2 \pm \frac{2}{3}(y_i^*)^3 = 2\tau_i^* (y_i^*)^2 \mp \frac{4}{3}(y_i^*)^3 \quad \tau_i^* = \frac{\tau_i}{\rho g} \left(\frac{g}{v^2} \right)^{1/3}$$

から熱伝達係数が求まる。

層流液膜

液膜冷却 $q_i = 0$ の場合

$$\frac{q}{q_w} = \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial T^+}{\partial y^+} = 1 - \frac{4}{\text{Re}_f} \int_0^{y^+} u^+ dy = 1 - \frac{1}{\text{Re}_f} \left\{ 2y^{+2} \pm \frac{2}{3} \left(\frac{y_i^*}{y_i^+} \right)^3 y^{+3} \right\}$$

$$T^+ = \text{Pr} y^+ - \frac{\text{Pr}}{\text{Re}_f} \left\{ \frac{2}{3} y^{+3} \pm \frac{1}{6} \left(\frac{y_i^*}{y_i^+} \right)^3 y^{+4} \right\}$$

液膜の混合平均温度 T_b

$$T_b^+ \equiv \frac{\rho c_p (T_w - T_b)}{q_w} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \int_0^{y_i^+} u^+ T^+ dy^+ / \int_0^{y_i^+} u^+ dy^+ = \frac{4}{\text{Re}_f} \int_0^{y_i^+} u^+ T^+ dy^+$$

層流液膜

熱伝達係数 h_b

$$h_b \equiv \frac{q_w}{(T_w - T_b)} \quad h_b^* = \frac{h_b}{k} \left(\frac{v^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$h_b^* = Re_f^2 / \left[\frac{4}{3} Re_f (\tau_i^* \mp y_i^*) y_i^{*2} \pm \frac{1}{2} Re_f y_i^{*4} - \frac{8}{15} (\tau_i^* \mp y_i^*)^2 y_i^{*5} \mp \frac{1}{3} (\tau_i^* \mp y_i^*) y_i^{*6} - \frac{1}{21} y_i^{*7} \right]$$

これと

$$Re_f = 4 \int_0^{y_i^+} u_L^+ dy^+ = 2(y_i^+)^2 \pm \frac{2}{3}(y_i^*)^3 = 2\tau_i^*(y_i^*)^2 \mp \frac{4}{3}(y_i^*)^3$$

から熱伝達係数が求まる。

乱流液膜

エネルギー式 $\frac{q}{q_w} = \left(\frac{1}{Pr} + \frac{\varepsilon_h}{\nu} \right) \frac{dT^+}{dy^+} \quad \frac{dT^+}{dy^+} = \frac{q/q_w}{(1/Pr + \varepsilon/\nu)}$

$$T_i^+ = \int_b^{y_i^+} \frac{q/q_w}{(1/Pr + \varepsilon/\nu)} dy^+$$

蒸発、凝縮 $q/q_w = 1$

乱流拡散係数が与えられれば温度分布が
求まる。熱伝達係数 $h_i \equiv \frac{q_w}{(T_w - T_i)}$

$$h_i^* = \frac{h_i}{k} \left(\frac{\nu^2}{g} \right)^{1/3} = \frac{Pr}{T_i^+} \sqrt[3]{\left(\frac{\tau_w}{\rho g} \right) \left(\frac{g}{\nu^2} \right)^{1/3}}$$

乱流拡散係数

三層モデル $\frac{\varepsilon}{\nu} = 0$ ($y^+ \leq 5$)
 $= y^+ / 5 - 1$ ($5 < y^+ \leq 30$)
 $= y^+ / 2.5 - 1 = y^+ / 2.5$ ($y^+ > 30$)

層流底層でも渦拡散係数を考える必要がある。

Lin $\frac{\varepsilon}{\nu} = (y^+ / 14.5)^2$ Sleicher $\frac{\varepsilon}{\nu} = (0.091)^2 (y^+)^2$

Deissler $\frac{\varepsilon}{\nu} = (0.109)^2 u^+ y^+ [1 - \exp\{(0.109)^2 u^+ y^+\}]$ ($y^+ \leq 26$)
 $= (0.36)^2 \left(\frac{du^+}{dy^+}\right)^3 / \left(\frac{d^2u^+}{dy^{+2}}\right)^2$ ($y^+ > 26$)

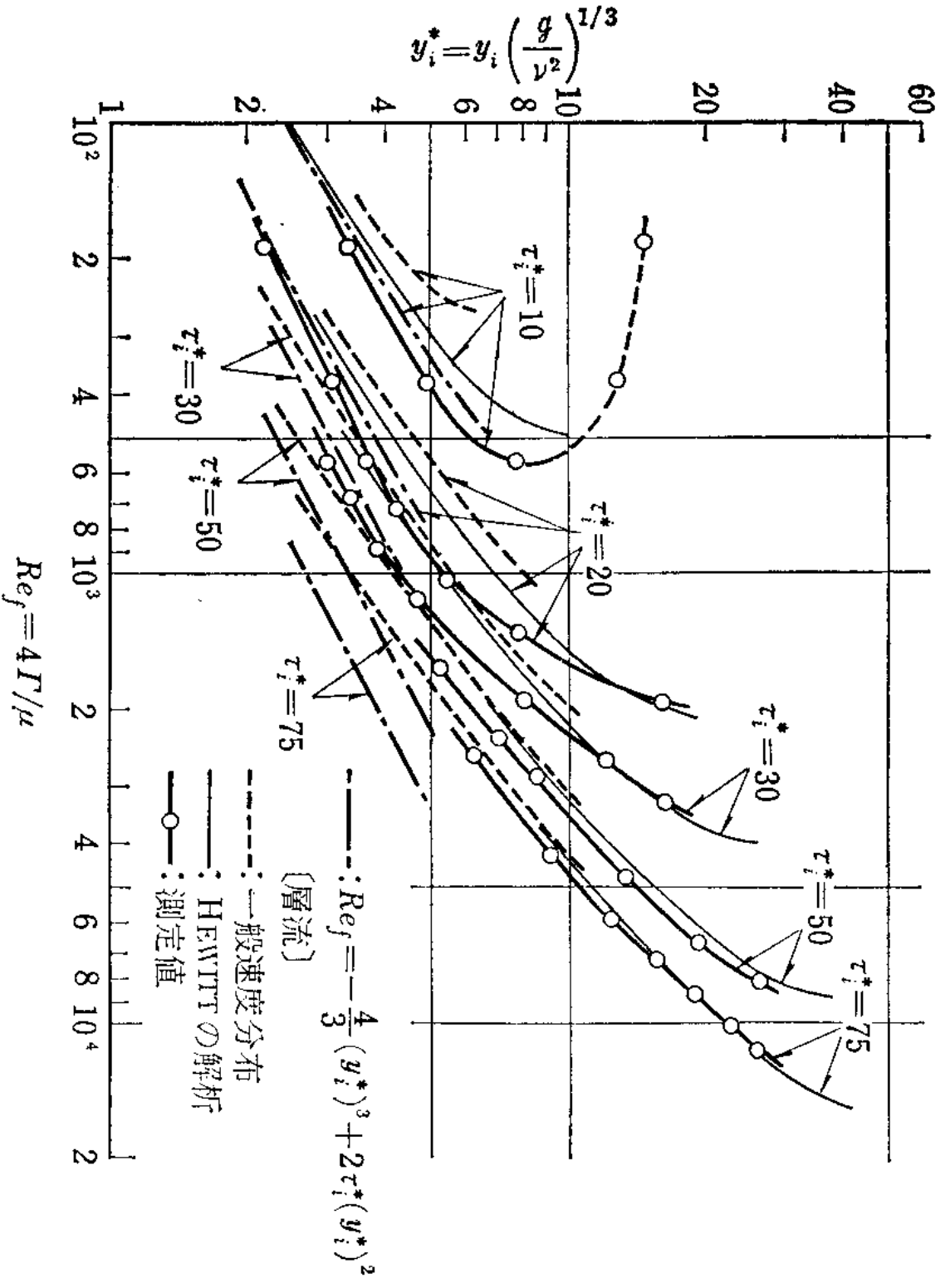


図 7.12 上向き環状流の平均液膜厚さ

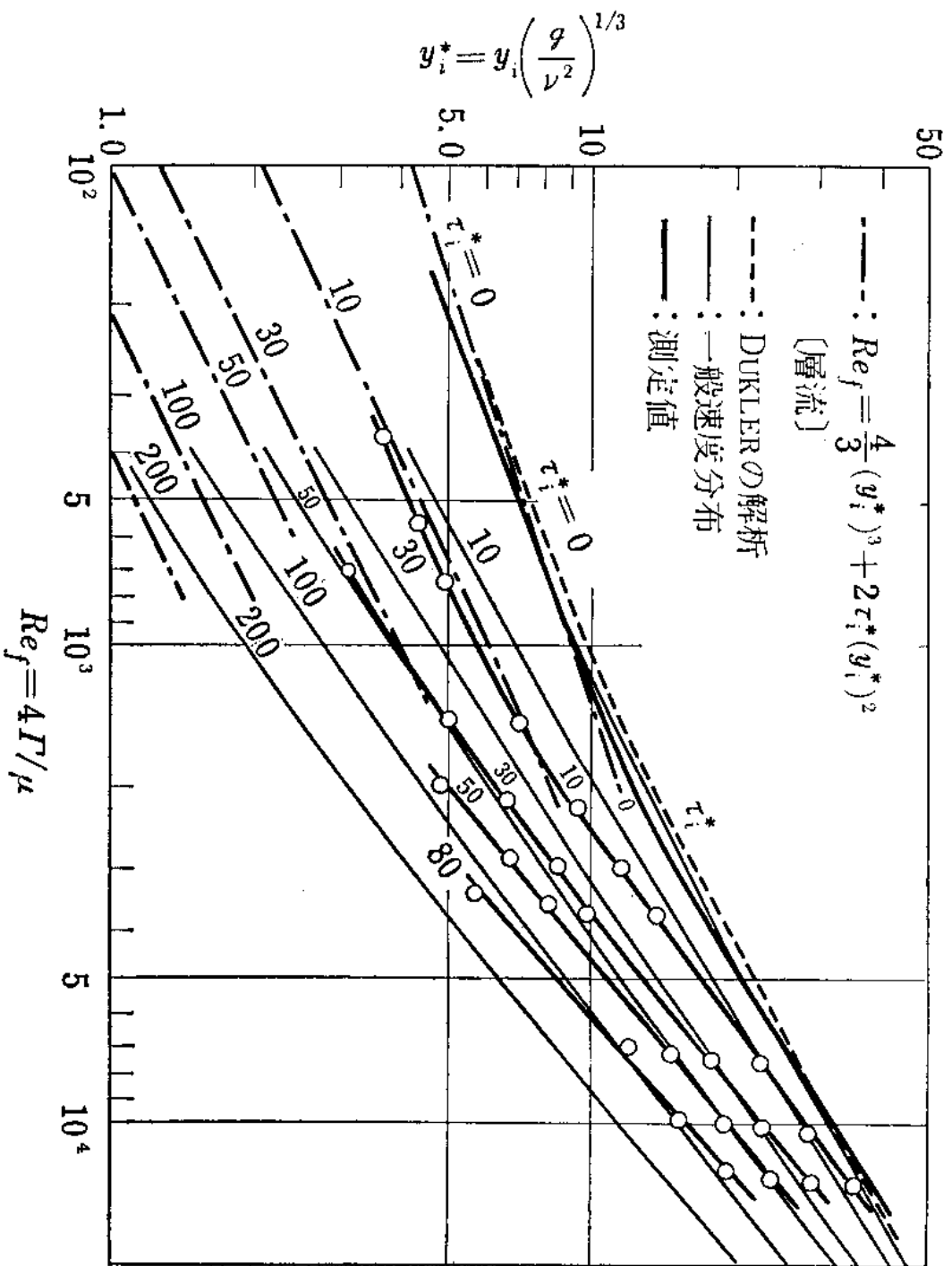


図 7.13 下向き環状流の平均液膜厚さ

$$h_i^* = \frac{h_i}{k} \left(\frac{\nu^2}{g} \right)^{1/3}$$

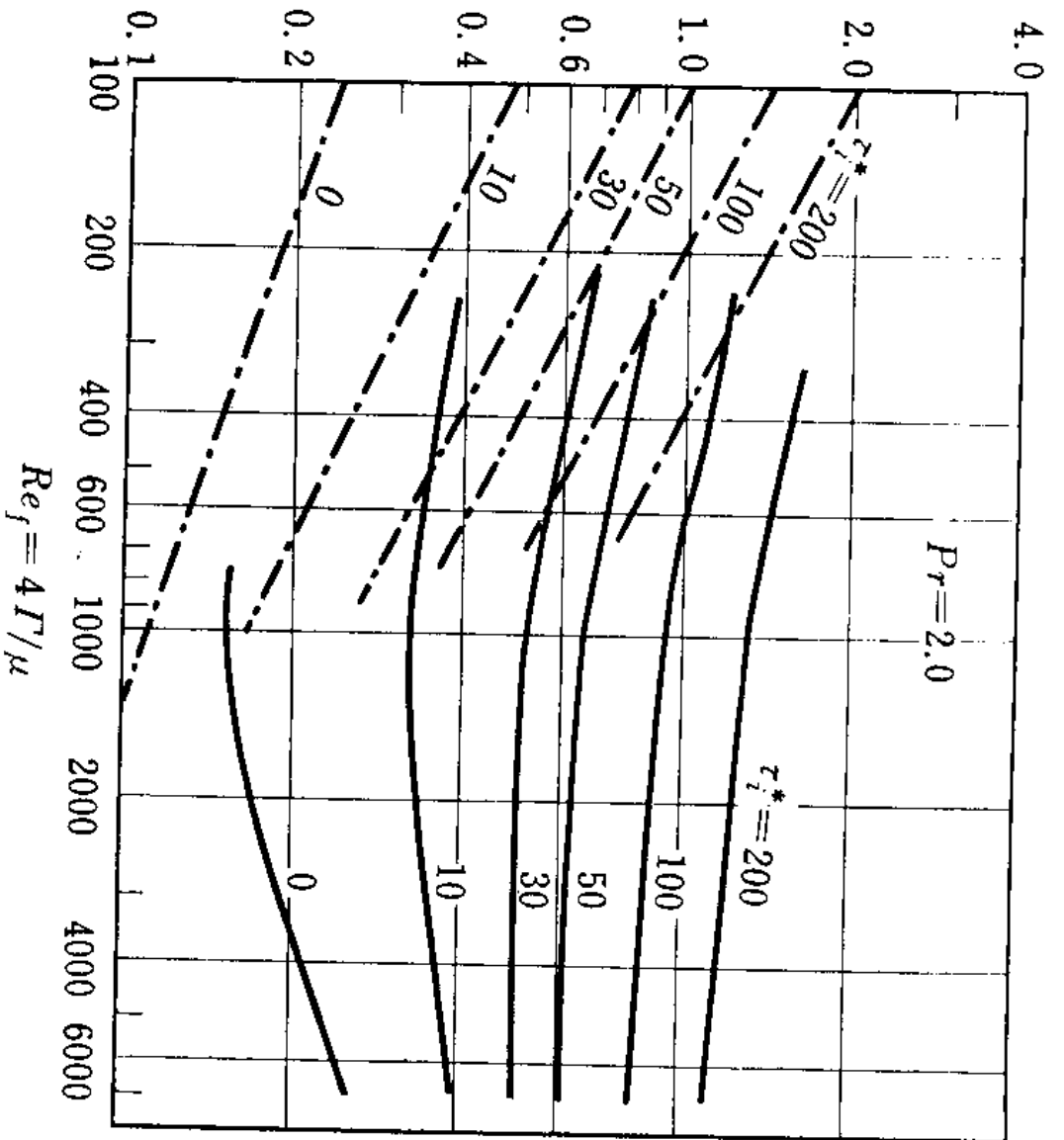


図 10.2 一般速度分布による無次元熱伝達率 (下降凝縮液膜, $Pr=2.0$)

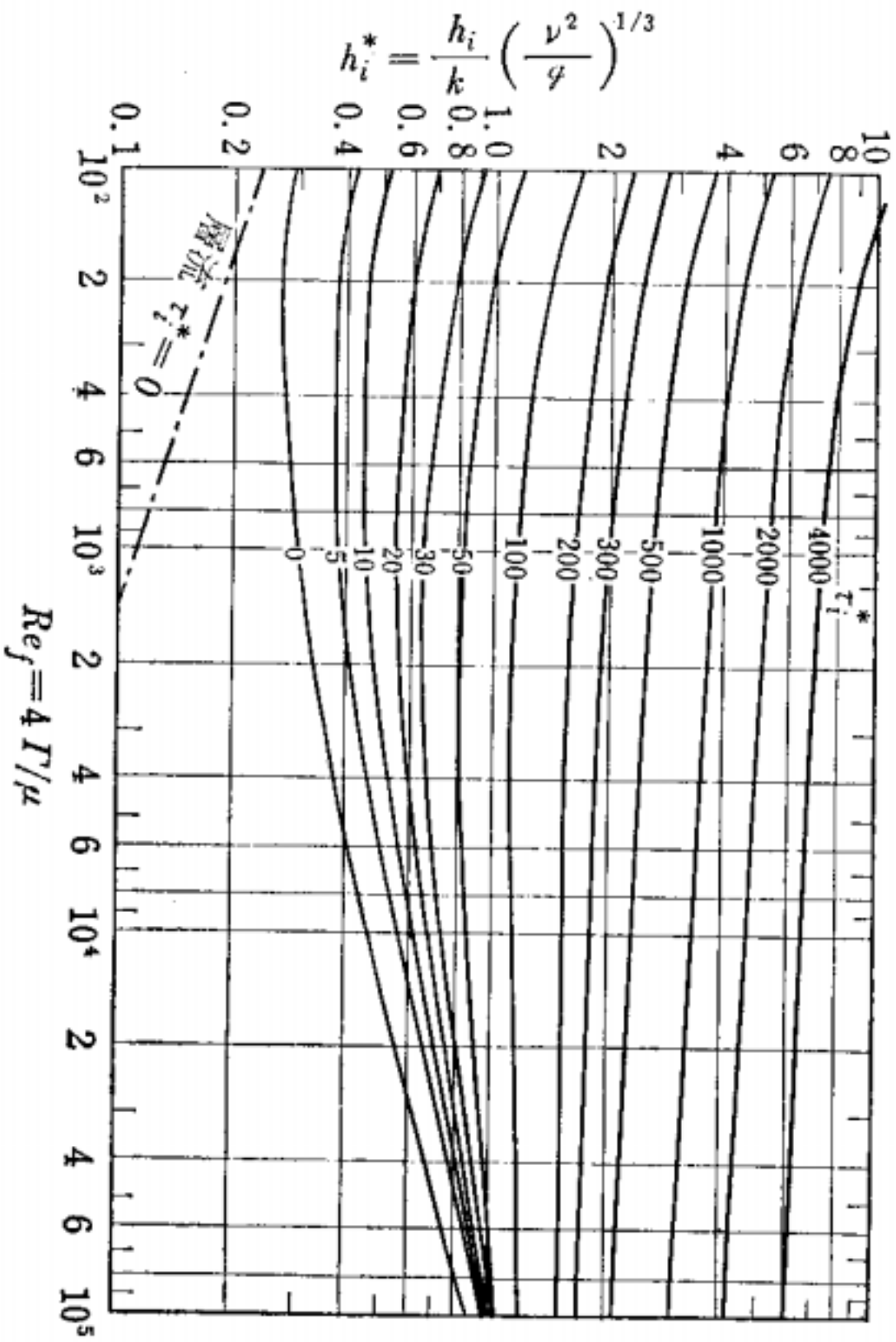


図 10.3 Dukler による無次元熱伝達率 (下降凝縮液膜, $Pr=5.0$)

実験値との比較

実際の液膜流

気液界面にかなりの波動を伴う

解析値とは必ずしも一致しない

層流液膜(流下液膜)の凝縮熱伝達係数

$$\tau_i^* = \frac{\tau_i}{\rho g} \left(\frac{g}{v^2} \right)^{1/3} = 0 \quad \text{Re}_f = 2\tau_i^* (y_i^*)^2 + \frac{4}{3} (y_i^*)^3 = \frac{4}{3} (y_i^*)^3$$

$$h_i^* = 1/y_i^* = 0.693 \left(\frac{\text{Re}_f}{4} \right)^{-1/3}$$

実験値

$$h_i^* = 0.606 \left(\frac{\text{Re}_f}{4} \right)^{-0.22}$$

実験値との比較

乱流液膜（流下液膜）の凝縮熱伝達係数
実験値

$$\tau_i^* = \frac{\tau_i}{\rho g} \left(\frac{g}{v^2} \right)^{1/3} = 0 \quad h_i^* = 3.18 \times 10^{-2} \text{Re}_f^{0.4} \text{Pr}^{0.65}$$

乱流下降液膜流の凝縮熱伝達係数

Re_f の大きいところ（3000から4000以上）で実験
値と一致

Re_f の小さいところでは温度境界層が单相流と液
膜流で異なる。粘性底層の厚さが異なる

$$h_i^* = \frac{h_i}{k} \left(\frac{\nu^2}{g} \right)^{1/3}$$

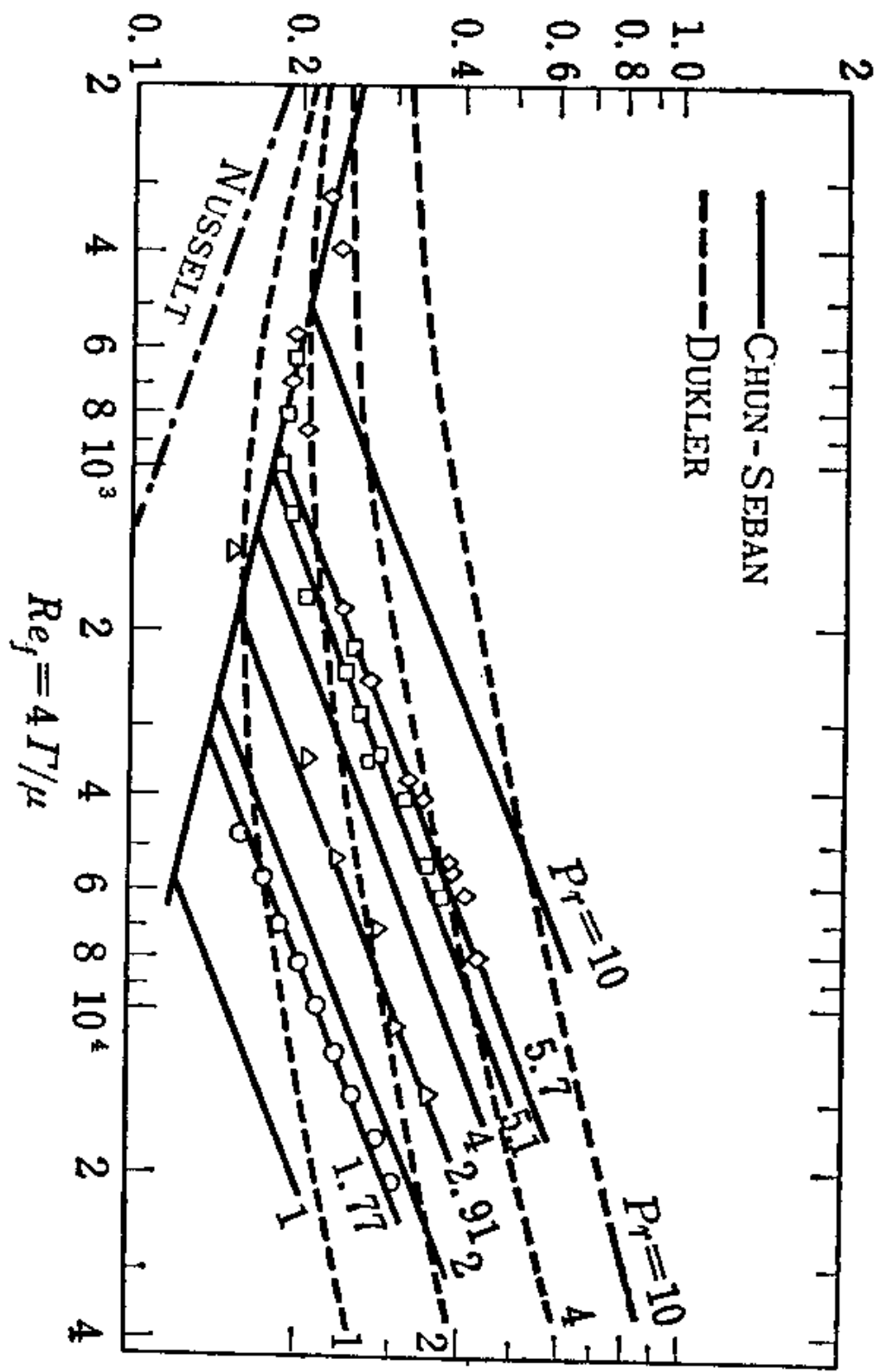


図 10.4 流下液膜 ($\tau_i=0$) の熱伝達率 (CHUN ら)

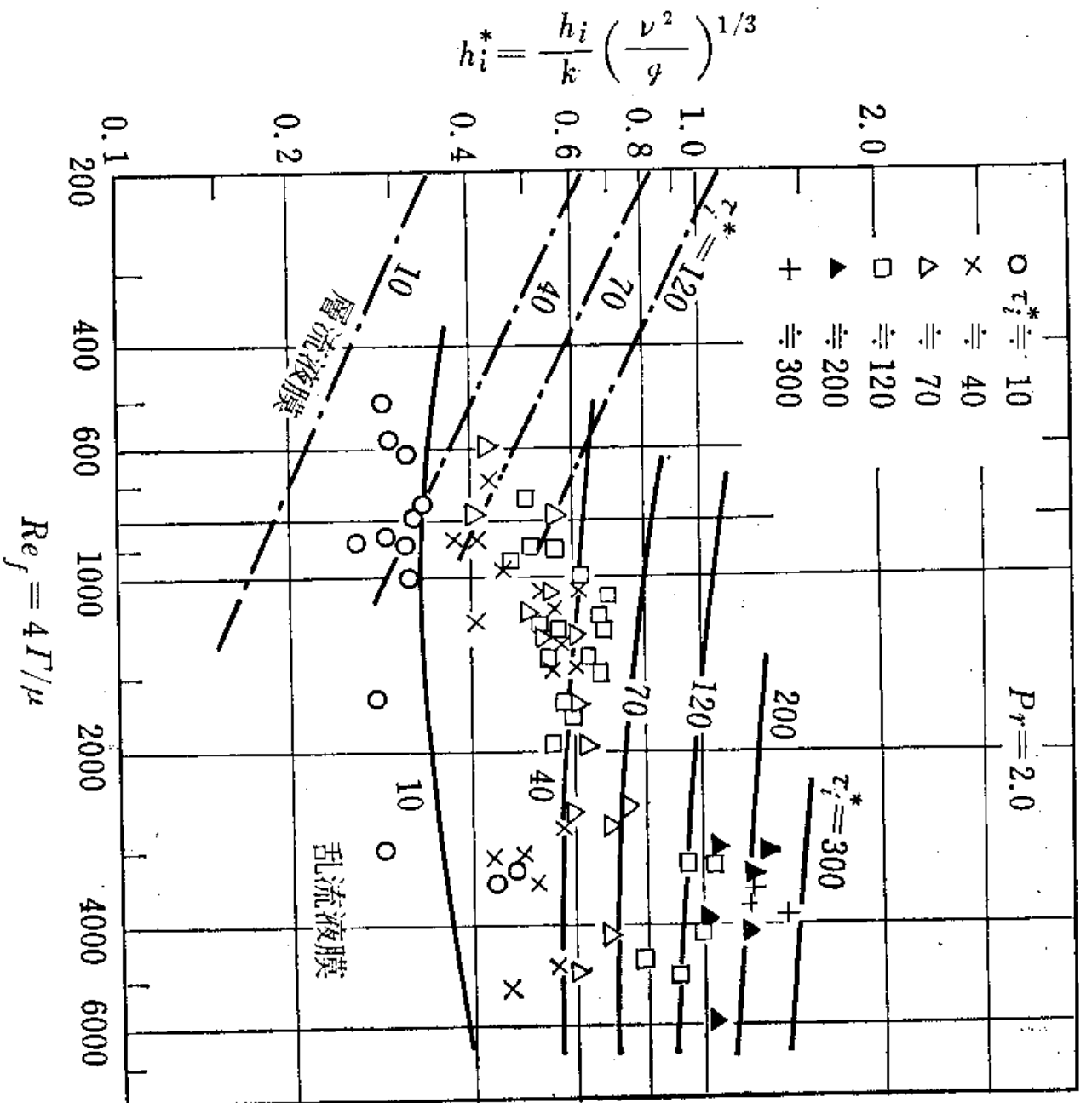


図 10.5 下降凝縮液膜流の熱伝達率

温度境界層（单相流）

乱流でも壁面近くでは粘性支配の層流底層が存在するこの厚さ δ_v とすれば

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \delta_v^+ = \frac{u^* \delta_v}{\nu} = 11.6$$

温度場についても壁面近くでは熱伝導支配の層（温度境界層）が存在するこの厚さを δ_T とする。プラントル数Prが1ならば温度場と速度場が相似となり $\delta_T = \delta_v$ となる。

境界層の厚さに比はPrの関数となる $\delta_T / \delta_v = Pr^{-n}$ ($n=1/3 \sim 0.4$)

温度境界層（单相流）

乱流熱伝達は温度境界層の熱抵抗で近似
できる

$$q_w = \lambda \frac{(T_w - T_b)}{\delta_T} = \lambda \frac{(T_w - T_b)}{\delta_v} \text{Pr}^n = \lambda \frac{(T_w - T_b)}{11.6\nu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \text{Pr}^n$$

$$\tau_w = 0.079 \text{Re}^{-1/4} \frac{1}{2} \rho U^2$$

より

$$\text{Nu} = \frac{hD}{\lambda} = \frac{1}{11.6} \text{Re} \sqrt{\frac{0.079}{2} \text{Re}^{-1/4}} \text{Pr}^n = 0.0171 \text{Re}^{0.875} \text{Pr}^n$$

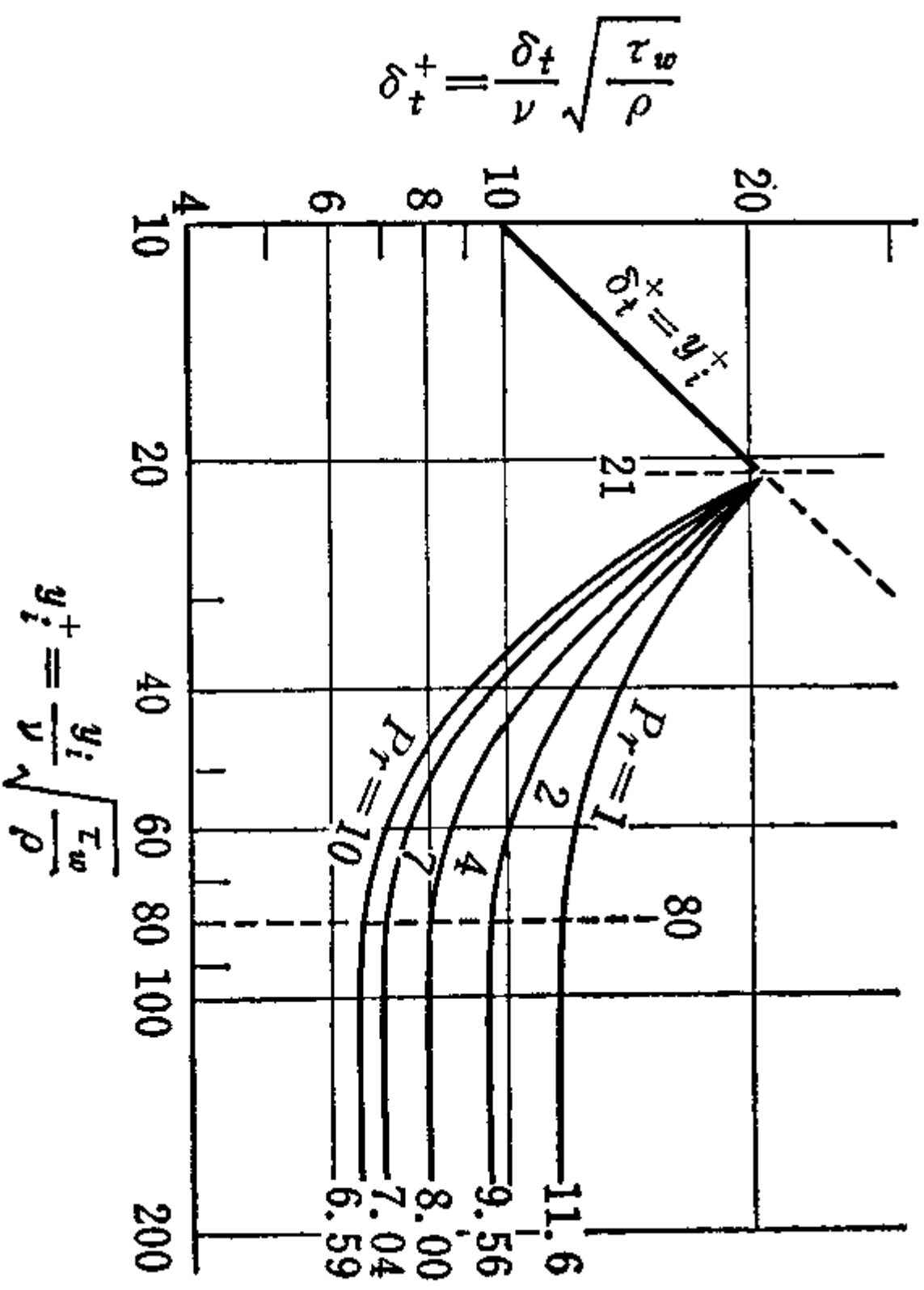


図 10.7 下降液膜流の δ_i^+ と y_i^+ の関係

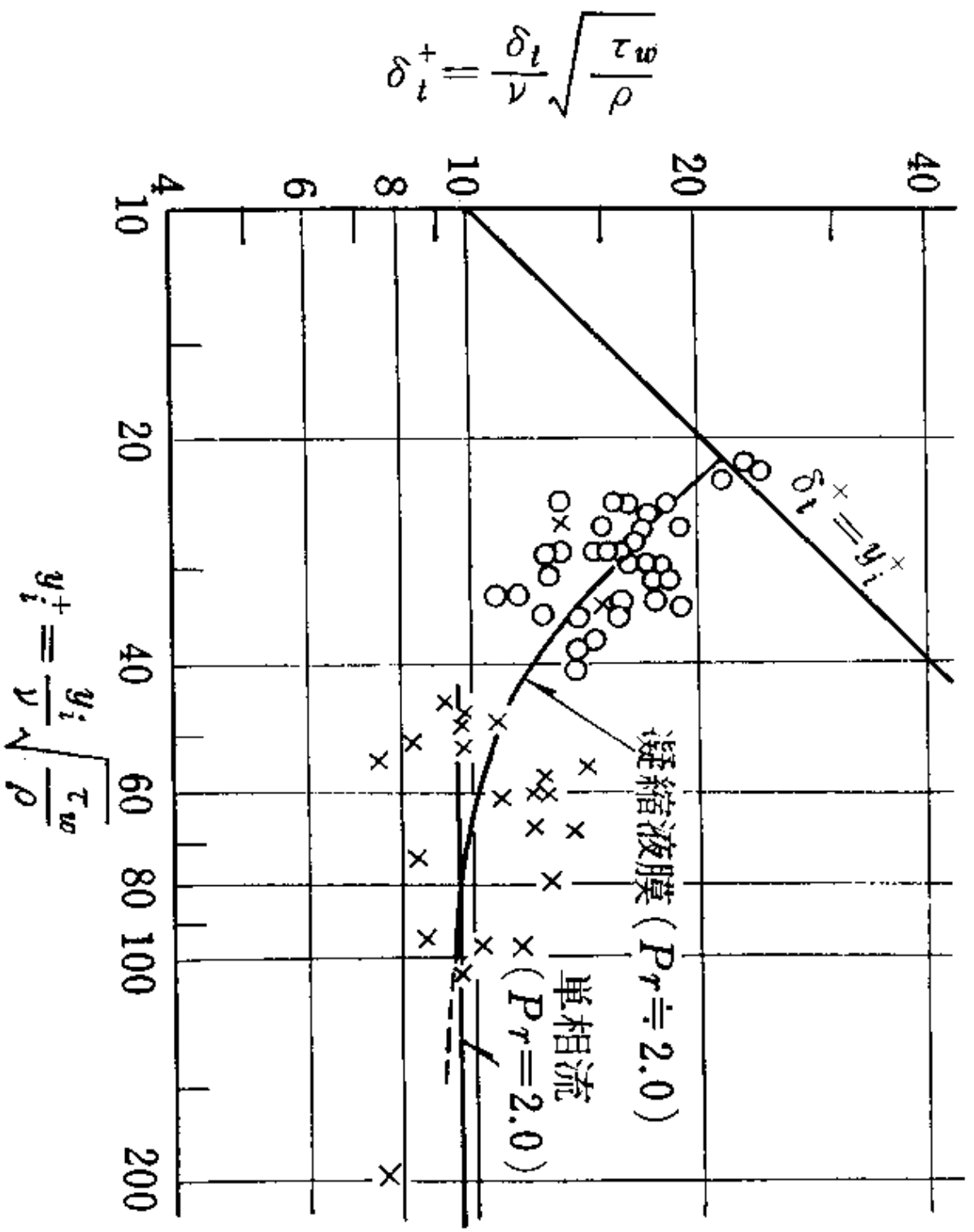


図 10.6 下降液膜流の粘性底层厚さ δ_i^+

簡便な相関式

実用的には管内凝縮流の熱伝達係数はより簡単な相関式を用いて予測される。

$$\frac{h_i D}{k_L} = 0.0265 \text{Pr}_L^{1/3} \text{Re}_x^{0.8} \quad : \text{Re}_x > 50000$$
$$= 5.03 \text{Pr}_L^{1/3} \text{Re}_x^{1/3} \quad : \text{Re}_x < 50000$$

Akers

$$\frac{h_i D}{k_L} = 0.050 \text{Pr}_L^{1/3} \text{Re}_x^{0.8}$$

Cavallini-Zecchin

Re_x は等価レイノルズ数

$$\text{Re}_x = \frac{GD}{\mu_L} \left[(1-x) + x \left(\frac{\rho_L}{\rho_g} \right)^{1/2} \right]$$

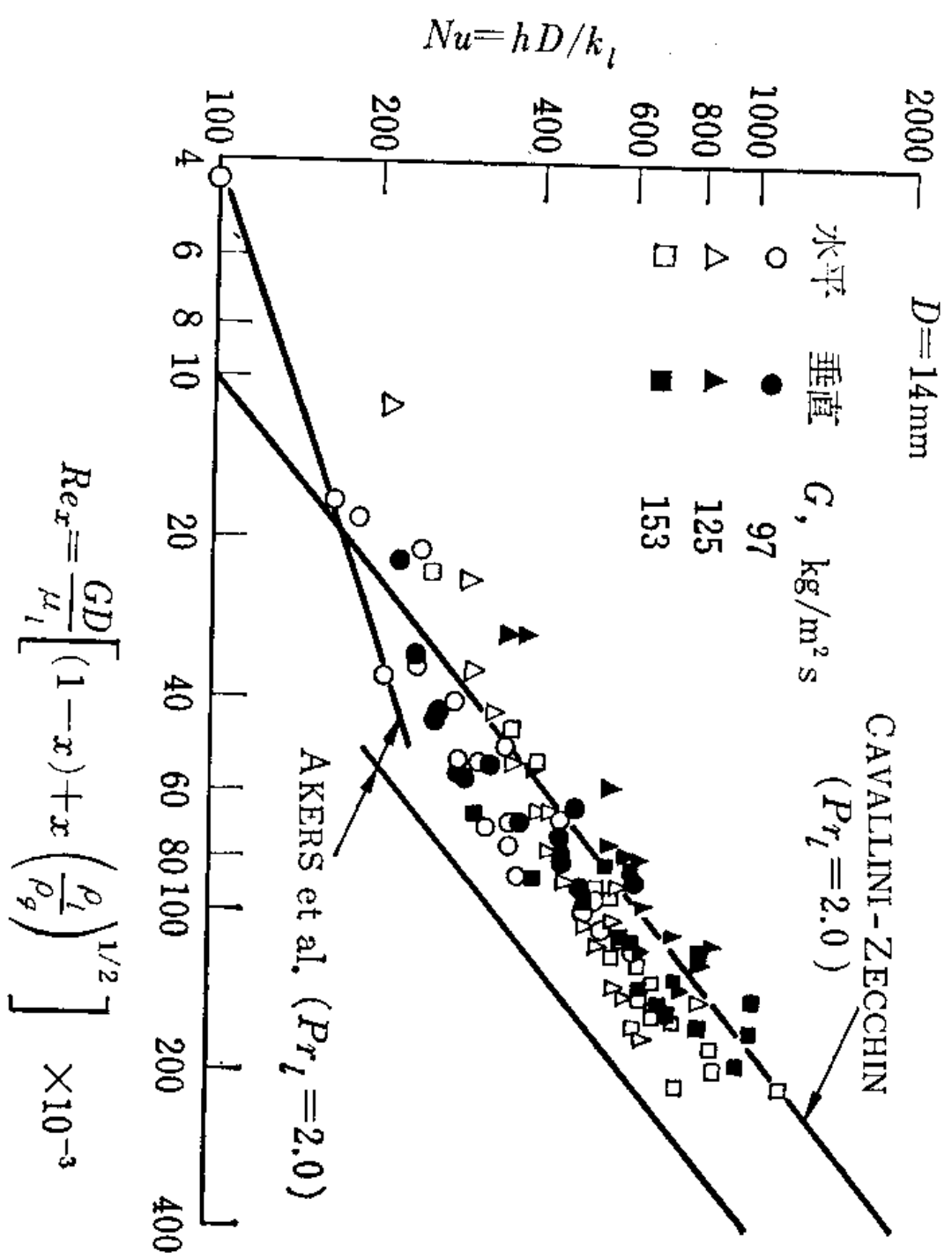


図 10.10 管内蒸気流の凝縮熱伝達率 (大気圧水蒸気)

水平管内低クオリティの凝縮液 膜熱伝達

水平管

高クオリティ：せん断力支配の環状流

凝縮熱伝達係数は下降流、上昇流と同じ

低クオリティ：層流液膜凝縮を伴う成層流

$$\frac{h_i D}{k_L} = \frac{\phi}{\pi} \beta \left(\frac{g D^3}{v_L^2} \text{Pr}_L \frac{H_{fg}}{c_p (T_w - T_s)} \right)^{1/4}$$

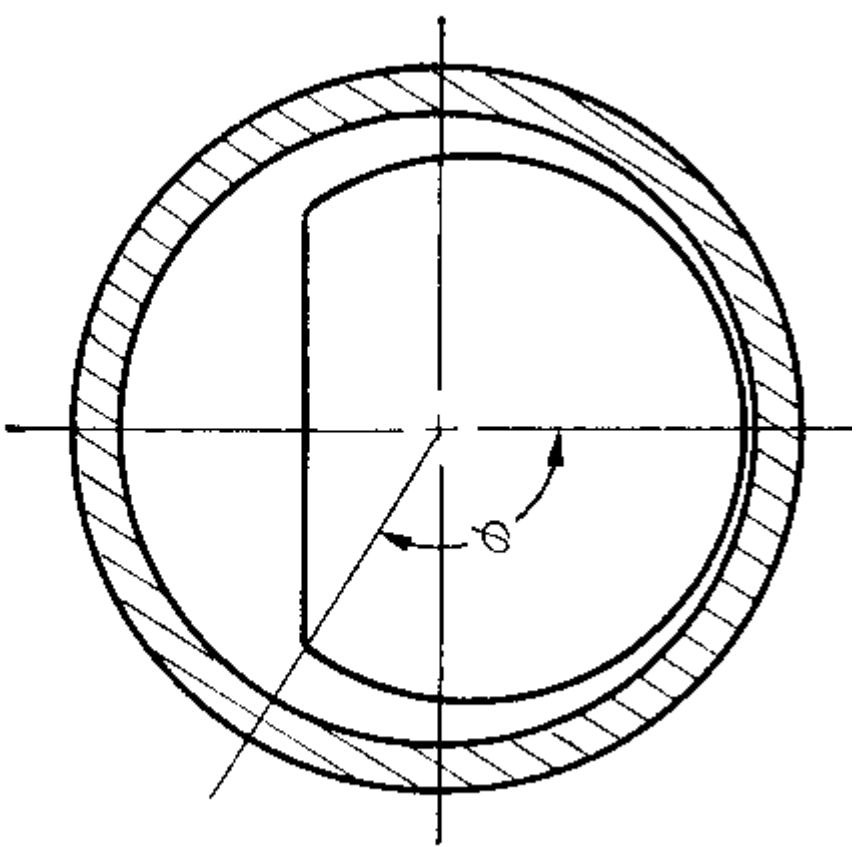


図 10.15 層流膜状凝縮をとも
なう成層流

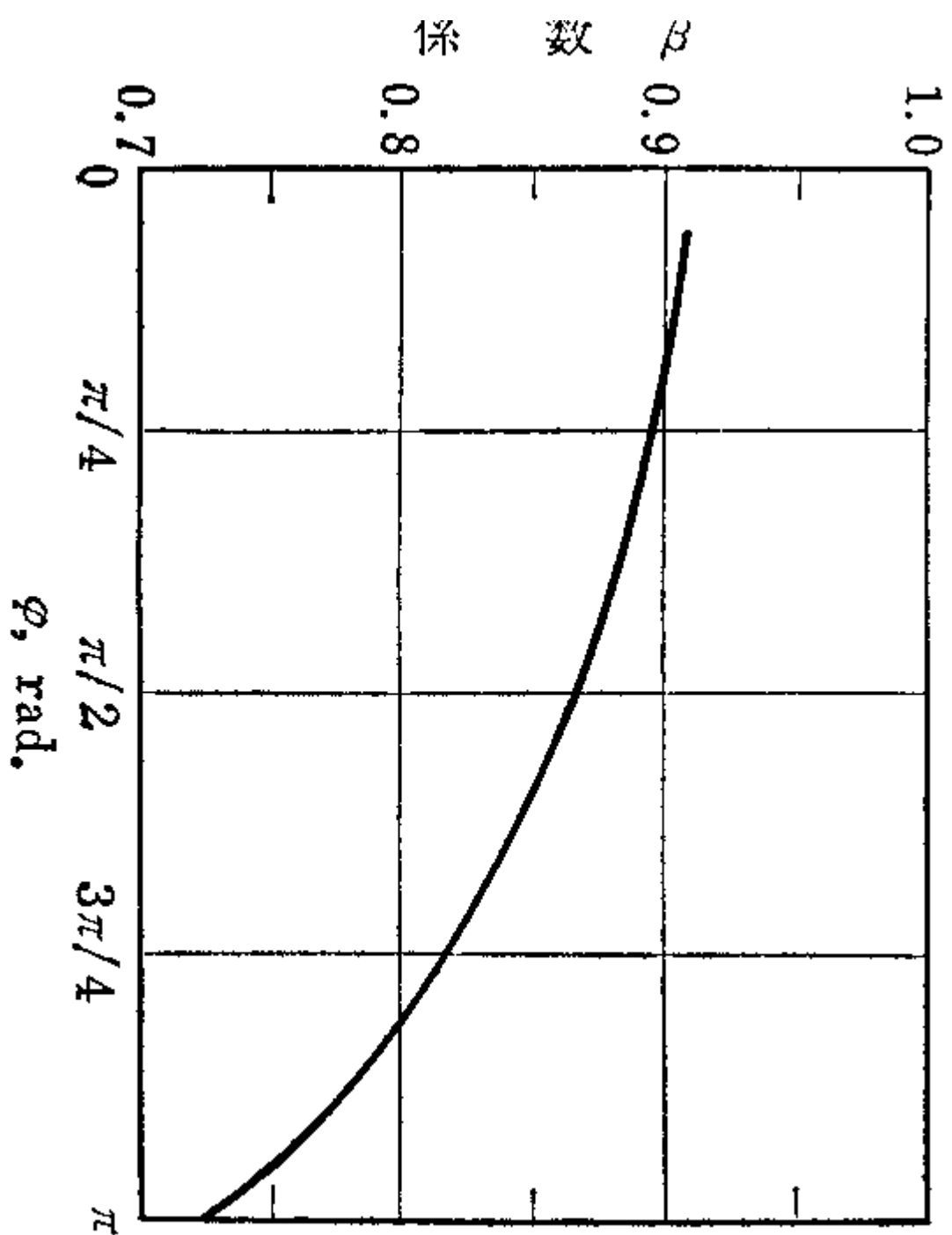


図 10.16 係数 β と φ の関係 (CHADDOCK)

凝縮熱伝達における界面抵抗

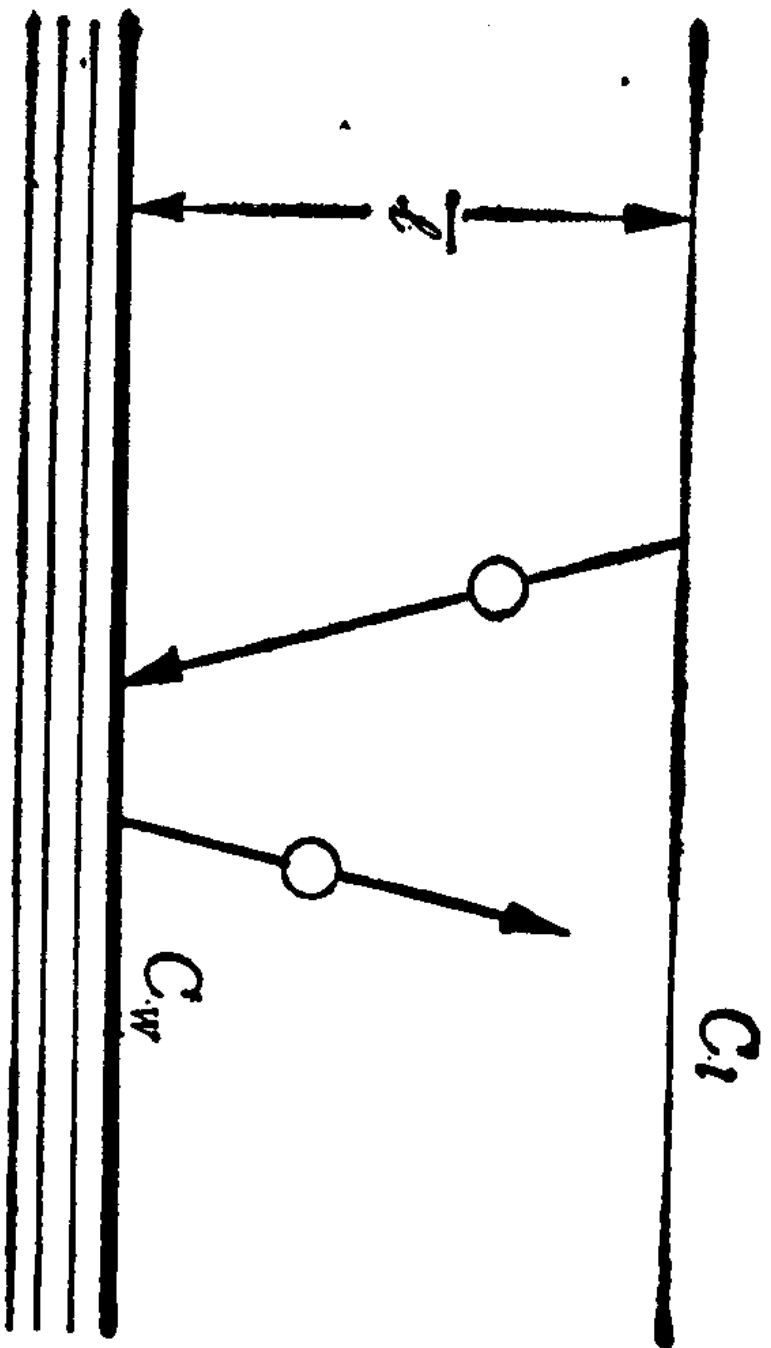
凝縮、蒸発———相平衡

熱平衡状態では気相から液相へ飛び込む分子数と液相から気相へ飛び出す分子数が等しい。

凝縮流、蒸発流

気相から液相へ飛び込む分子数と液相から気相へ飛び出す分子数が異なる。

界面での液温と蒸気温度にわずかな差が生ずる



11・10 図 液面上の蒸気分子の運動

1
1
1
1
1
1
1

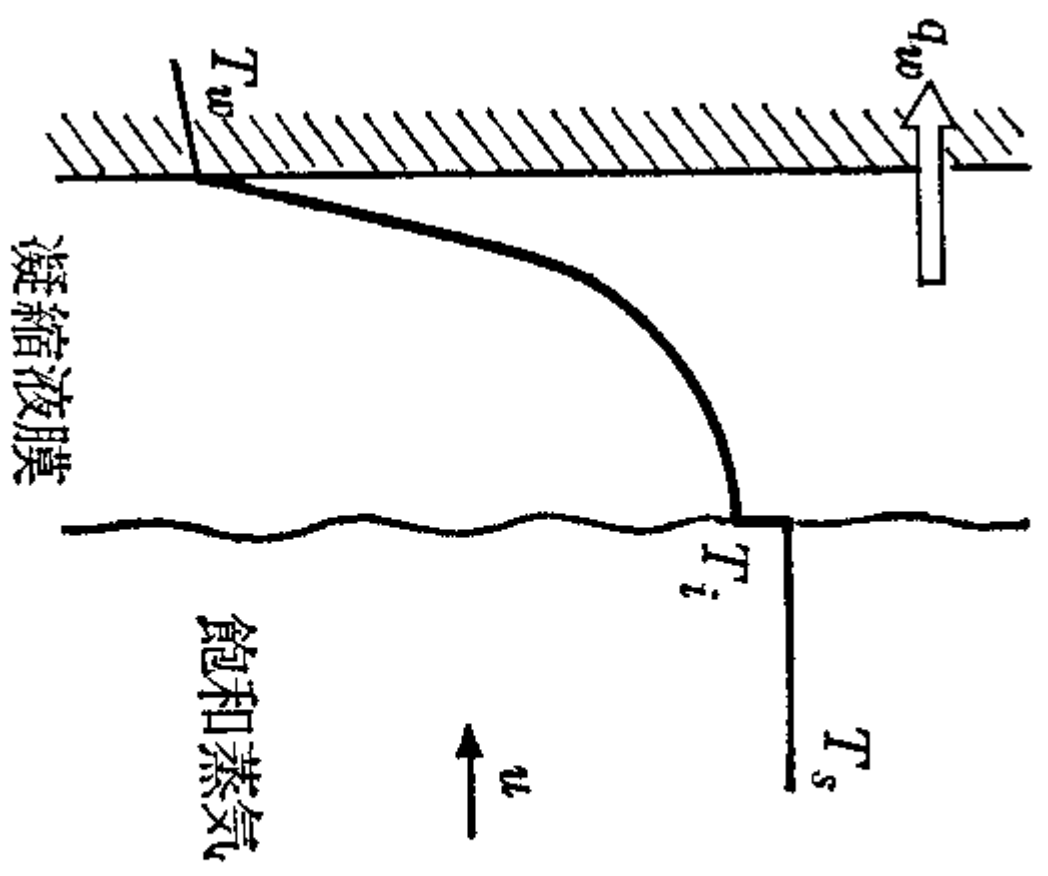


図 10.9 凝縮熱伝達の界面抵抗

凝縮の分子運動論

理想気体を仮定する

気液界面へ単位面積単位時間に流れ込む分子数

$\frac{1}{4} N \bar{v}$ N は単位体積あたりの分子数

\bar{v} は分子の平均速度。分子の速度がMaxwell-Boltzmann分布に従うとすれば

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

凝縮の分子運動論

$\frac{1}{4}N\bar{v}$ の分子のうち σ_c が液体中にはいり、 $(1-\sigma_c)$ が気体に跳ね返されるとする。

σ_c を凝縮係数と呼ぶ。

液体に入る分子数は $\frac{1}{4}\sigma_c N\bar{v}$

その質量流束は

$$\frac{1}{4}\sigma_c m N\bar{v} = \frac{1}{4}\sigma_c m N \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sigma_c N \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}}$$

理想気体を考えると

$p=NkT$ k : Boltzmann定数 $N=p/(kT)$

凝縮の分子運動論

気体定数 R, R_0

$$pV = n R_0 T \quad pV = nM(R_0 / M)T \quad p = \rho RT$$

$$R = R_0 / M \quad M: \text{分子量}$$

$$p = NkT = mN(k/m)T = \rho (k/m)T \quad R = k/m$$

$$\sigma_c N \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}} = \sigma_c \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}} = \sigma_c p \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} = \sigma_c p \sqrt{\frac{1}{2\pi RT}}$$

蒸気は飽和温度であるから

$$\sigma_c p_s \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_s}}$$

凝縮の分子運動論

正味の凝縮量(質量速度)を G_c とすればこれに相当する分子の平均流速が生じる

$$u = \frac{G_c}{\rho_g} = G_c \frac{p_s}{RT_s}$$

この流速に相当して分子のフラックスは

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} N(\bar{v} + 2u) &= p_s \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_s}} \left(1 + \frac{u}{\sqrt{(2RT_s/\pi)}}\right) \\ &= p_s \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_s}} \left(1 + \frac{G_c}{p_s \sqrt{(2/\pi RT_s)}}\right) \end{aligned}$$

凝縮の分子運動論

気液界面の液体側からも分子が飛び出す
(蒸発)

液体側も理想気体で近似する。また液体側から気液界面に流れ込む分子の内 σ_e が蒸気側へ入り、 $(1-\alpha_e)$ が液体側に跳ね返されるとする。 σ_e を蒸発係数と呼び通常は凝縮係数と同じ値を仮定する。

液体側から気体側へ流れ込む質量流量(蒸発量)は

p_i は液体側の圧力

$$\sigma_e p_i \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_i}}$$

凝縮の分子運動論

正味の凝縮量は

$$G_c = \sigma_c \gamma p_s \sqrt{\frac{1}{2\pi R T_s}} - \sigma_e p_i \sqrt{\frac{1}{2\pi R T_i}} \quad \gamma = \left(1 + \frac{G_c}{p_s \sqrt{(2/\pi R T_s)}}\right)$$

$\sigma_c = \sigma_e$ とすれば

$$G_c = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R}} \left(\frac{p_s}{T_s^{1/2}} - \frac{p_i}{T_i^{1/2}} \right)$$

凝縮の分子運動論

$T_s - T_i$ が小さいとして

$$G_c = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R}} \left(\frac{p_s}{T_s^{1/2}} - \frac{p_i}{T_i^{1/2}} \right) = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R}} \frac{(p_s - p_i)}{T_s^{1/2}}$$

クラジウス–クラペイロンの式を用いて

$$\frac{dp}{dT} = \frac{p_s - p_i}{T_s - T_i} = \frac{H_{fg}}{T_s v_v} = \frac{H_{fg} \rho_v}{T_s \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L} \right)} \cong \frac{H_{fg} p_s}{RT_s^2}$$

$$G_c = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R}} \frac{p_s (T_s - T_i) H_{fg}}{RT_s^{2.5}}$$

凝縮の分子運動論

これが蒸発潜熱を運ぶからこれによる熱流束 q_w は

$$q_w = H_{fg} G_c = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R} \frac{p_s (T_s - T_i) H_{fg}^2}{RT_s^{2.5}}}$$

これによる界面の熱伝達係数 h_{int} は

$$h_{int} = q_w / (T_s - T_i) = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R} \frac{p_s H_{fg}^2}{RT_s^{2.5}}}$$

凝縮熱伝達における界面抵抗

$$h_{\text{int}} = q_w / (T_s - T_i) = \frac{2\sigma_c}{2 - \sigma_c} \sqrt{\frac{1}{2\pi R} \frac{p_s H_{fg}^2}{RT_s^{2.5}}}$$

σ_c は1に近いとしてよい。

通常の液体ではこの界面抵抗は無視できるが液膜が非常に薄い場合、あるいは液体金属の凝縮熱伝達の場合にはこの項が無視できない

凝縮熱伝達における界面抵抗

気相において単位面積あたりに通過する分子数

$$\dot{N} = \frac{p}{(2\pi m K_B T)^{1/2}}$$

このうち σ が液体に入り残りの $1 - \sigma$ が気体に跳ね返される

蒸気の温度 T_s 液体の界面の温度 T_i とする。

T_s と T_i が違うとき蒸気から液体へ入る余分の分子数。

$$\sigma \gamma \frac{p_s}{(2\pi m K_B T_s)^{1/2}} - \sigma \frac{p_i}{(2\pi m K_B T_i)^{1/2}}$$

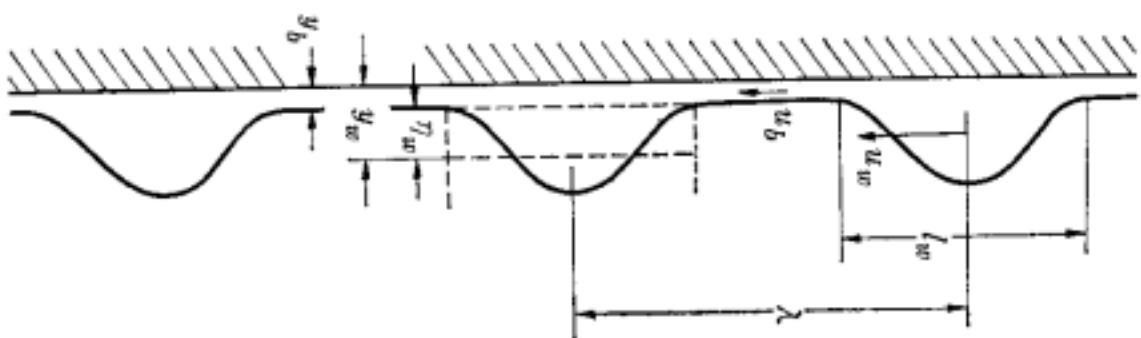


図 10.8 液膜形状の表示

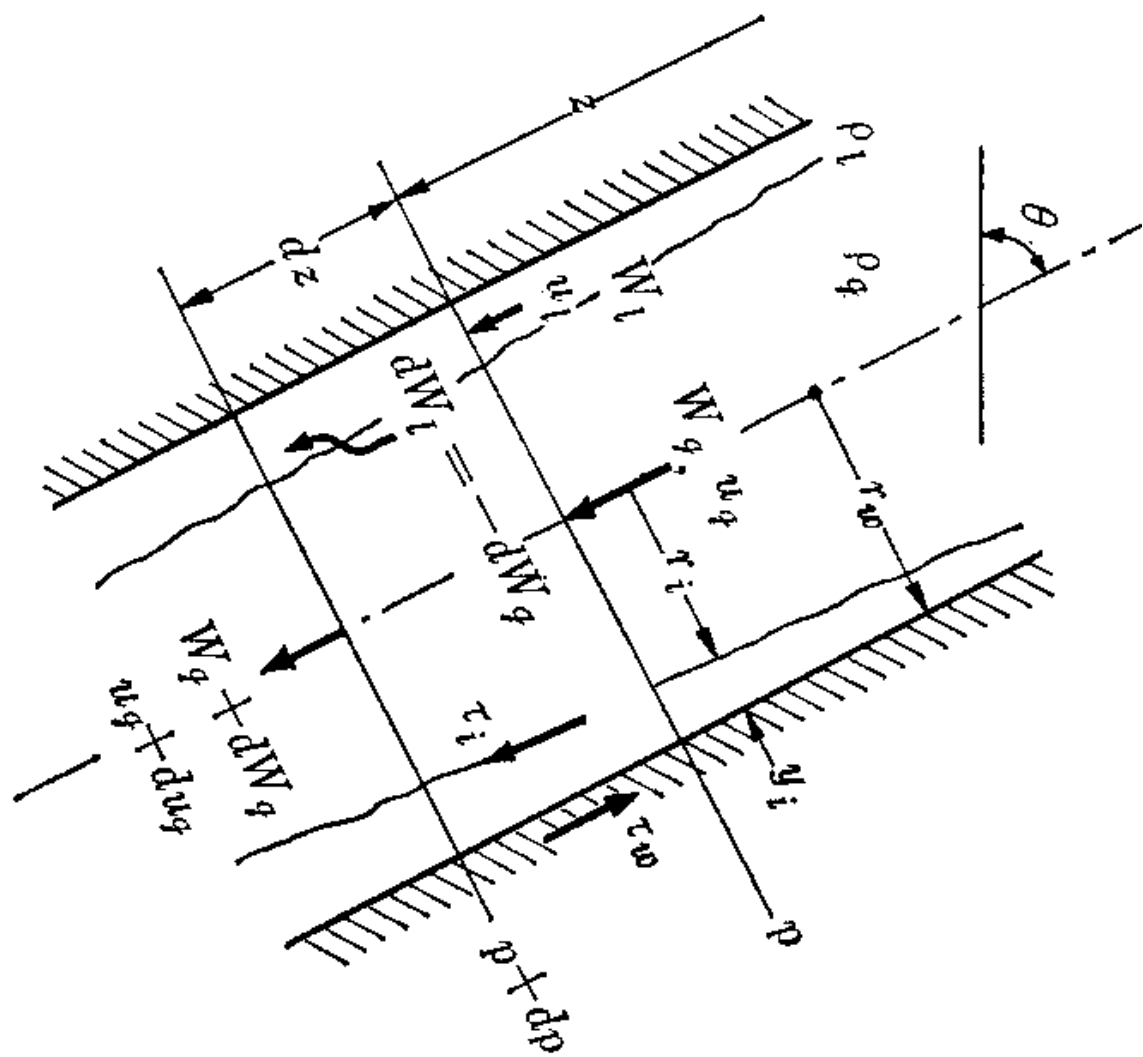


図 10.11 環状流凝縮モデル

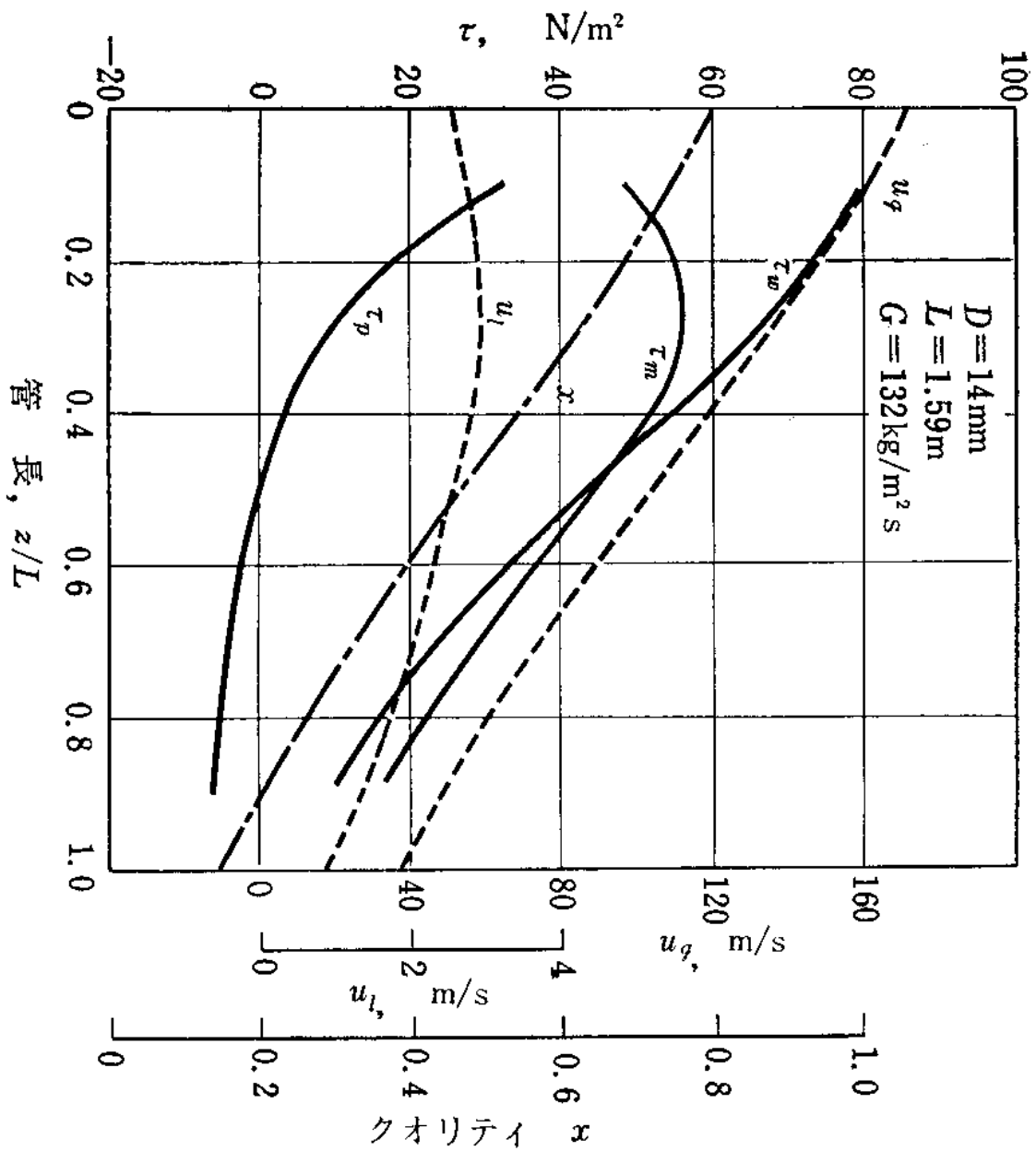


図 10.12 水平凝縮管におけるせん断力分布

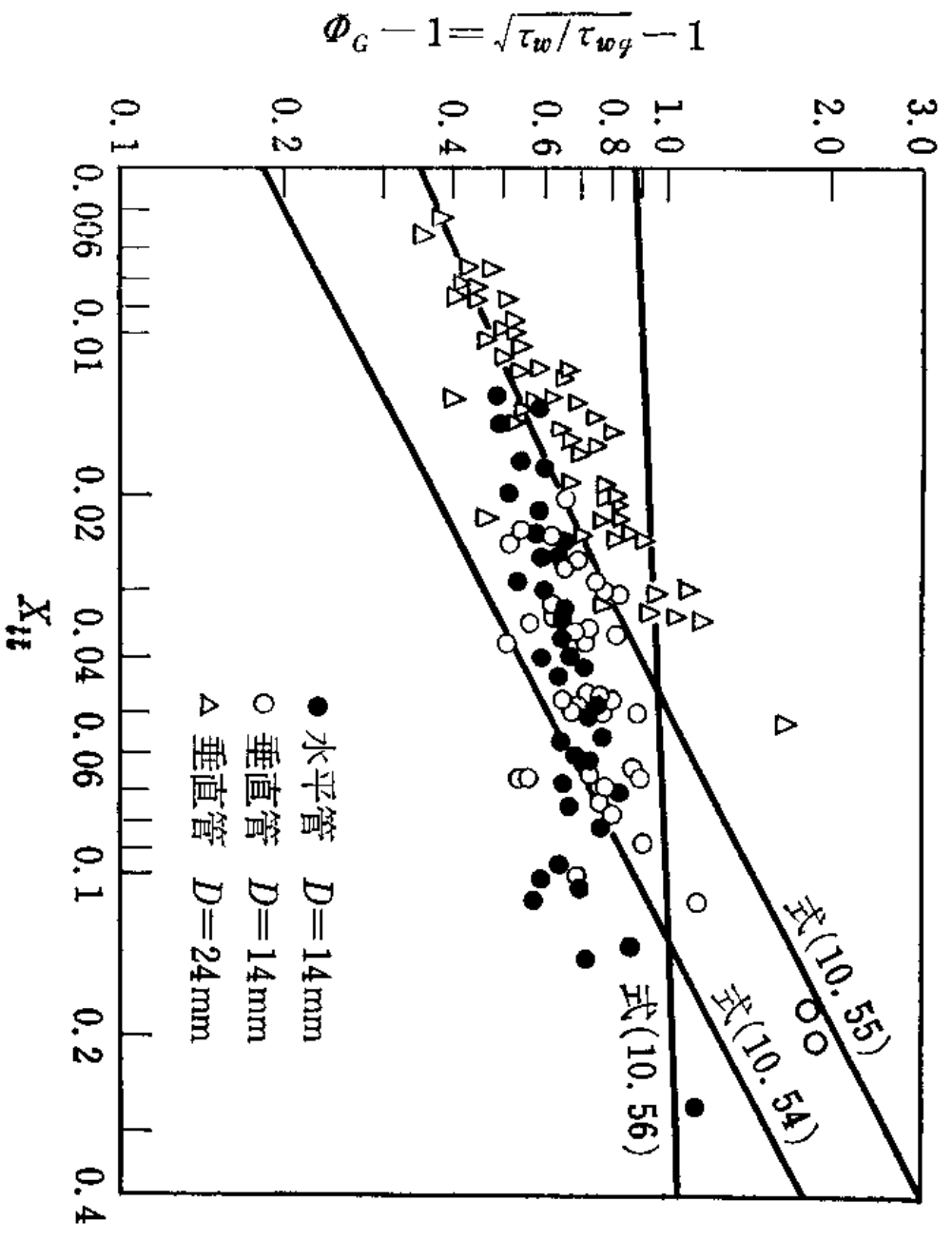


図 10.13 Φ_G と X_{fi} の関係

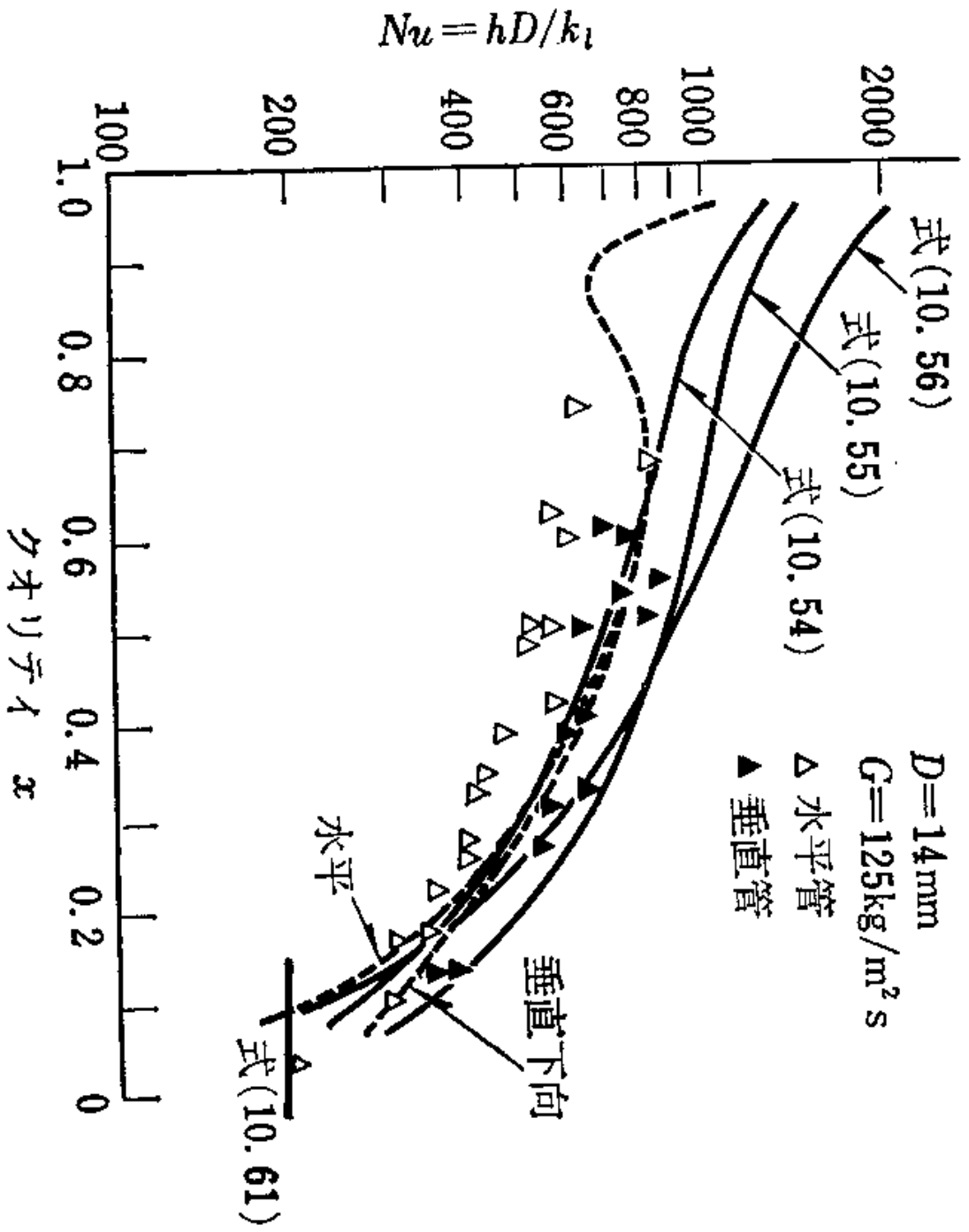


図 10.14 計算値と測定値の比較