

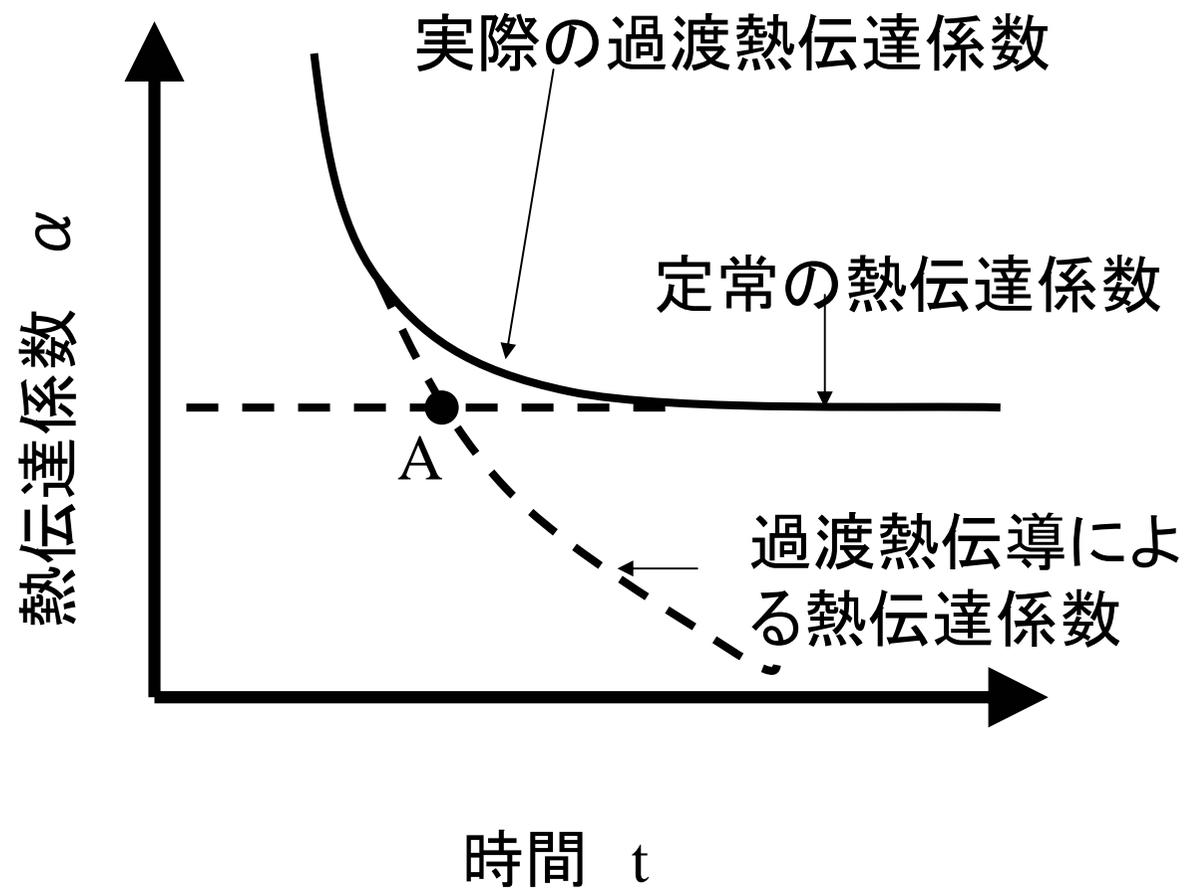
# 過渡熱伝達

# 試験

- 平成14年2月5日(火)
- 4時限 14:40～16:10
- 講義の内容に基づいた基本的な問題を5～6題度

# 過渡熱伝達の概要

- ステップ状の伝熱面温度の上昇あるいは熱流束の上昇
  - 現象の初期は過渡熱伝導が支配的（流体は静止と考えて良い）
  - 十分時間がたてば定常の熱伝達が支配的



## 平板からの過渡熱伝達

### 過渡熱伝導

### 半無限固体の熱伝導

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (0 < y < \infty) \quad (1)$$

t=0 で壁温が  $T_w (> T_0)$  に上昇し一定に保たれる場合。

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta \exp(-\beta^2) d\beta \quad \eta = \frac{y}{2\sqrt{at}} \quad (2)$$

$$q_w = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} (T_w - T_0) \quad \alpha = \frac{q_w}{(T_w - T_0)} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \quad (3)$$

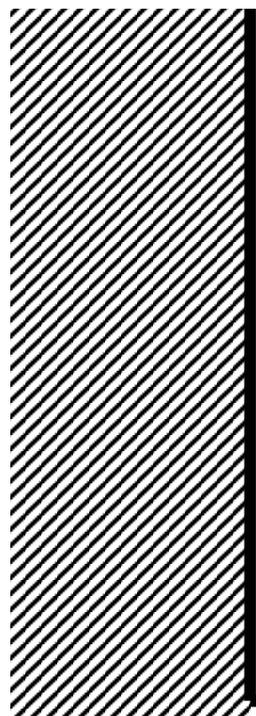
t=0 で壁面の熱流束が 0 から  $q_w$  に上昇し一定に保たれる場合。

$$T - T_0 = \frac{2q_w}{\lambda} \left\{ \sqrt{\frac{at}{\pi}} \exp(-\eta^2) - \frac{y}{2} \left( 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\eta \exp(-\beta^2) d\beta \right) \right\} \quad (4)$$

y=0 とおけば  $(T_w - T_0)$  が得られて

$$T_w - T_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{q_w}{\lambda} \sqrt{at} \quad \alpha = \frac{q_w}{T_w - T_0} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\lambda}{\sqrt{at}} \quad (5)$$

固体面



流体(初期温度  
 $T_0$ )



y

無限平板からの定常垂直自然対流熱伝達（層流）  
壁温一定( $T_w$ )

$$\text{Nu}_x = 0.508 \text{Gr}_x^{1/4} \text{Pr}^{1/4} \left( \frac{\text{Pr}}{0.952 + \text{Pr}} \right)^{1/4} \quad (6)$$

$$\text{Nu}_x = \frac{\alpha x}{\lambda} \quad \text{Gr}_x = \frac{x^3 g \beta (T_w - T_0)}{\nu^2} \quad (7)$$

$$\alpha = 0.508 \left( \frac{1}{0.952 + \text{Pr}} \right)^{1/4} \{g \beta (T_w - T_0)\}^{1/4} \frac{\lambda}{\sqrt{a}} x^{-1/4} \quad (8)$$

(3)式と(8)式から熱伝達係数が一致する時刻（第1図の交点A）を求めると

$$t_A = \frac{4}{\pi} (0.952 + \text{Pr})^{1/2} \{g \beta (T_w - T_0)\}^{-1/2} x^{1/2} \quad (9)$$

実際は過渡熱伝導が支配的な領域は  $t_A$  よりも小さく、定常熱伝達が支配的な領域は  $t_A$  よりも大きい。

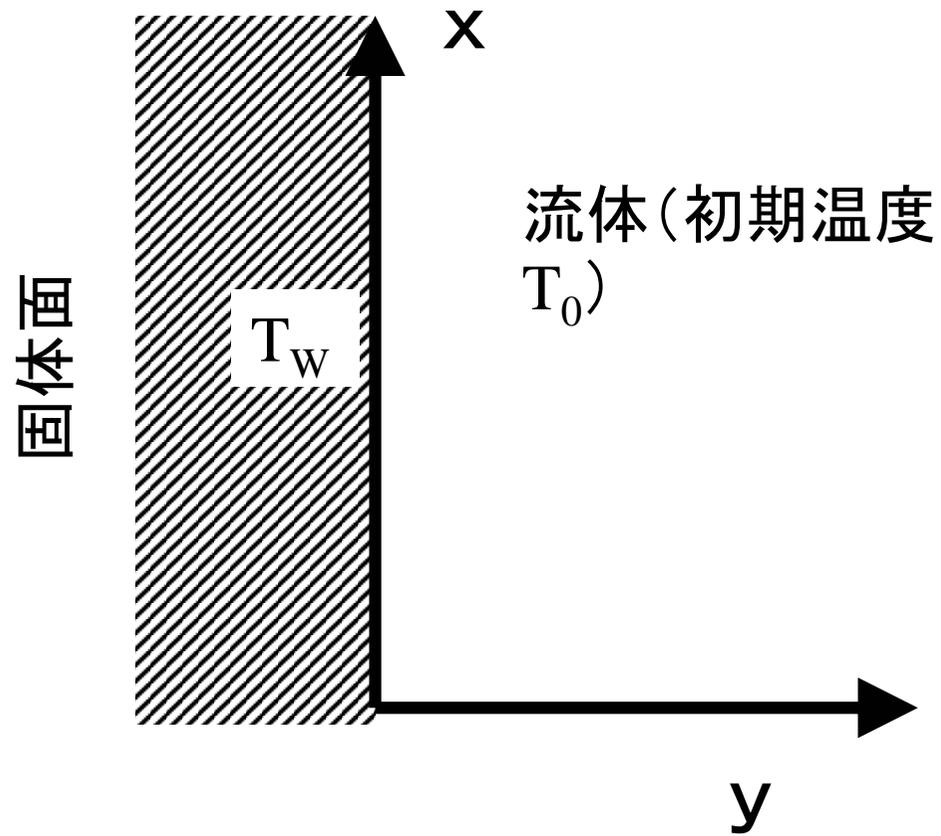
# より詳しい解析結果

過渡熱伝導が支配的な時間 $\tau_c$

$$\tau_c = 1.8(1.5 + \text{Pr})^{1/2} \{g\beta(T_w - T_0)\}^{-1/2} x^{1/2}$$

定常に達するまでの時間 $\tau_s$

$$\tau_s = 5.24(0.952 + \text{Pr})^{1/2} \{g\beta(T_w - T_0)\}^{-1/2} x^{1/2}$$



熱流束一定 ( $q_w$ )

$$\text{Nu}_x = 0.546 \text{Gr}_x^{1/4} \text{Pr}^{1/4} \left( \frac{\text{Pr}}{0.800 + \text{Pr}} \right)^{1/4} \quad (10)$$

この場合には壁温が  $x$  により変化するので  $(T_w - T_0)$  を求めると

$$(T_w - T_0) = 1.62 \left( \frac{0.800 + \text{Pr}}{\text{Pr}} \right)^{1/5} \frac{q_w x / \lambda}{\left\{ \frac{x^3 g \beta (q_w x / \lambda)}{v^2} \right\}^{1/5} \text{Pr}^{1/5}} \quad (11)$$

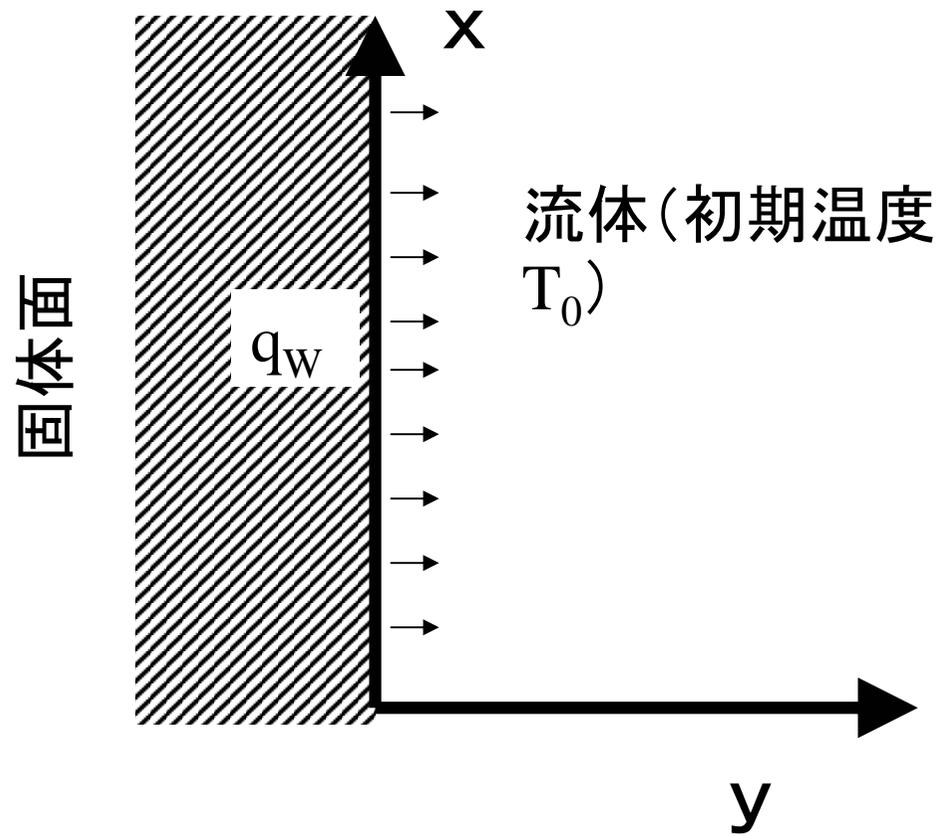
平板の長さを  $L$  とすれば

$$(T_w - T_0) = 1.62 \left( \frac{0.800 + \text{Pr}}{\text{Pr}} \right)^{1/5} \frac{(q_w / \lambda)(x / L)^{1/5} L}{\left\{ \frac{g \beta q_w L^4}{a^2 \lambda} \right\}^{1/5}} \quad (12)$$

(12)式と(5)式から熱伝達係数が一致する時刻 (第1図の交点 A) を求めると

$$\frac{t_A a}{L^2} = 0.45 \pi (0.800 + \text{Pr})^{2/5} \left\{ \frac{g \beta q_w L^4}{a^2 \lambda} \right\}^{-2/5} (x / L)^{2/5} \quad (13)$$

この場合も実際に過渡熱伝導が支配的な領域は  $t_A$  よりも小さく、実際に定常熱伝導が支配的な領域は  $t_A$  よりも大きい。



# より詳しい解析結果

過渡熱伝導が支配的な時間 $\tau_c$

$$Ra_L^* Pr = \frac{g\beta q_w c\mu L^4}{v^2 \lambda^2} \frac{(\mu/\rho)}{(\lambda/c\rho)} = \frac{g\beta q_w L^4}{a^2 \lambda}$$

$$\frac{\tau_c a}{L^2} = 1.97(1.0 + Pr)^{2/5} \{Ra_L^* Pr\}^{-2/5} (x/L)^{2/5}$$

それ以外の時間は

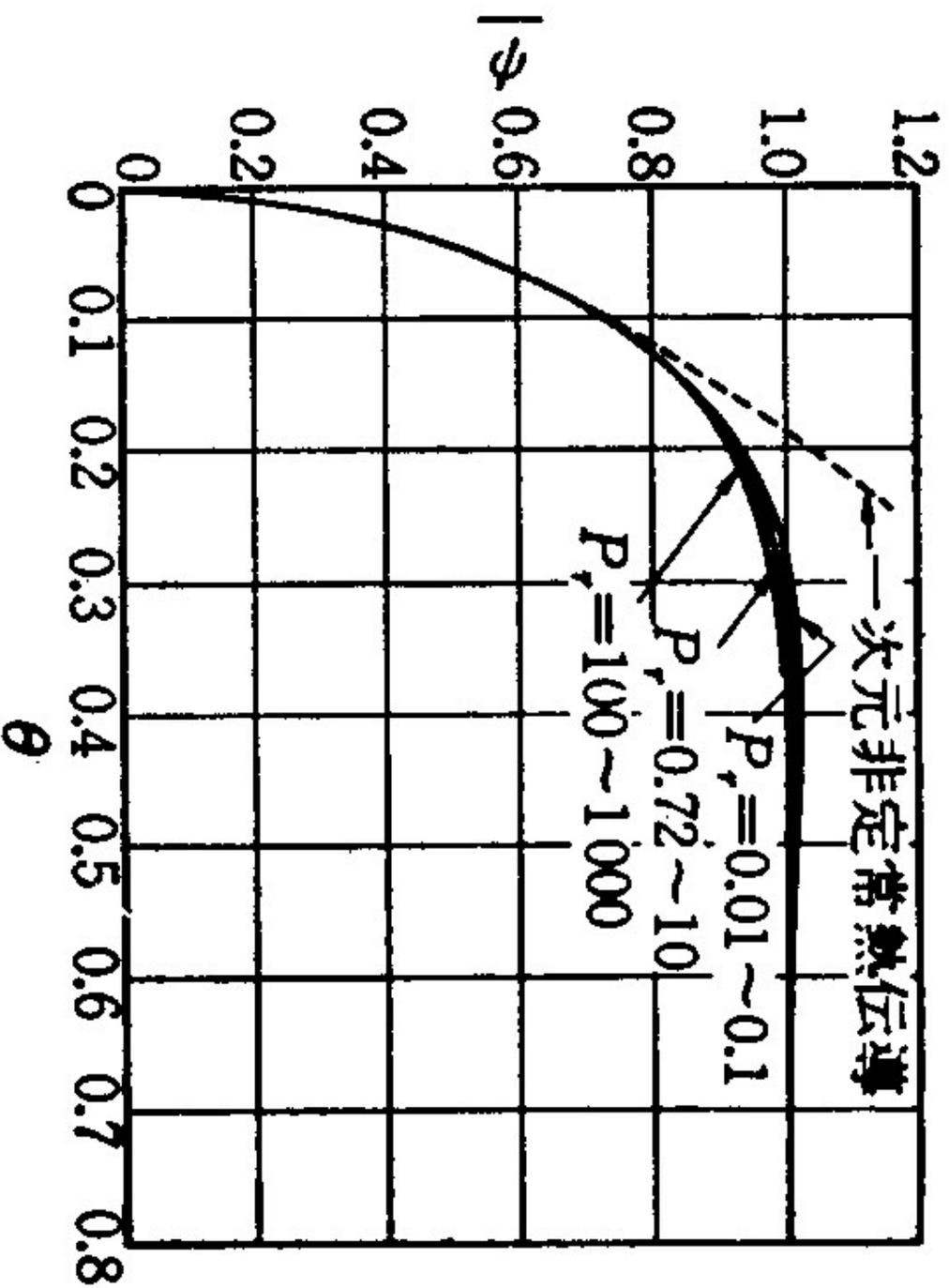
$$\bar{\psi} = \frac{\overline{(T_w - T_0)}}{(T_w - T_0)_\infty} \quad \text{と} \quad \Theta = N Gr_L^{1/2} \frac{at}{L^2} \quad \text{の}$$

関数

$$Gr_L = \frac{g\beta(T_w - T_0)_\infty L^3}{v^2}$$

第 1 表(3)(4)

$P_r$	$N$	$M_0$	$b$
0.01	0.00166	1.88	$1.408 \times 10^{-4}$
0.72	0.0707	1.79	$40.25 \times 10^{-4}$
1	0.0893	1.79	$71.15 \times 10^{-4}$
10	0.386	1.77	$87.43 \times 10^{-4}$
100	1.37	1.77	$137.1 \times 10^{-4}$
1000	4.52	1.76	$118.4 \times 10^{-4}$



第1図  $\psi$  と  $\theta$  [条件 2. (b)]<sup>(3)</sup>

# より複雑なケース

固体壁の熱容量を考慮

$c_w''$ : 固体壁の単位面積あたりの熱容量

$q'$ : 固体壁の単位面積あたりの発熱量

熱容量がなければ熱流束 $q_w$ に等しい

ステップ状の発熱量

$q'$ が0から $q'_\infty$ にステップ状に上昇

$q'$ が0から $q'_\infty$ に直線状に上昇その後は一定

# より複雑なケース

二つのパラメータにより支配される

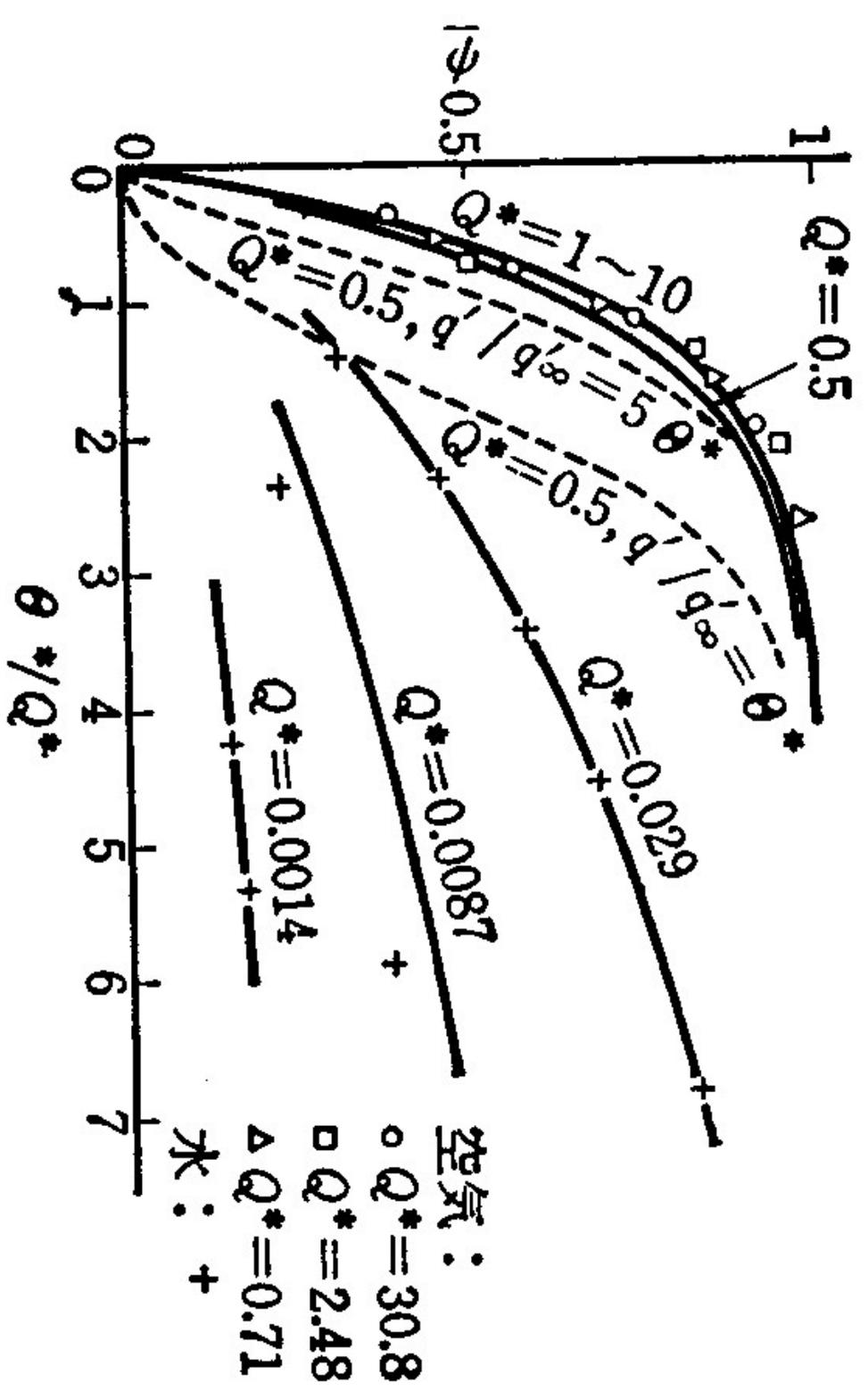
$$\Theta^* = \frac{at}{L^2} (bGr_L^* Pr)^{2/5} \quad Gr_L^* = \frac{g\beta q'_\infty L^4}{\lambda\nu^2}$$

$$Q^* = \frac{c_w''}{c\rho LM_0} (bGr_L^* Pr)^{1/5}$$

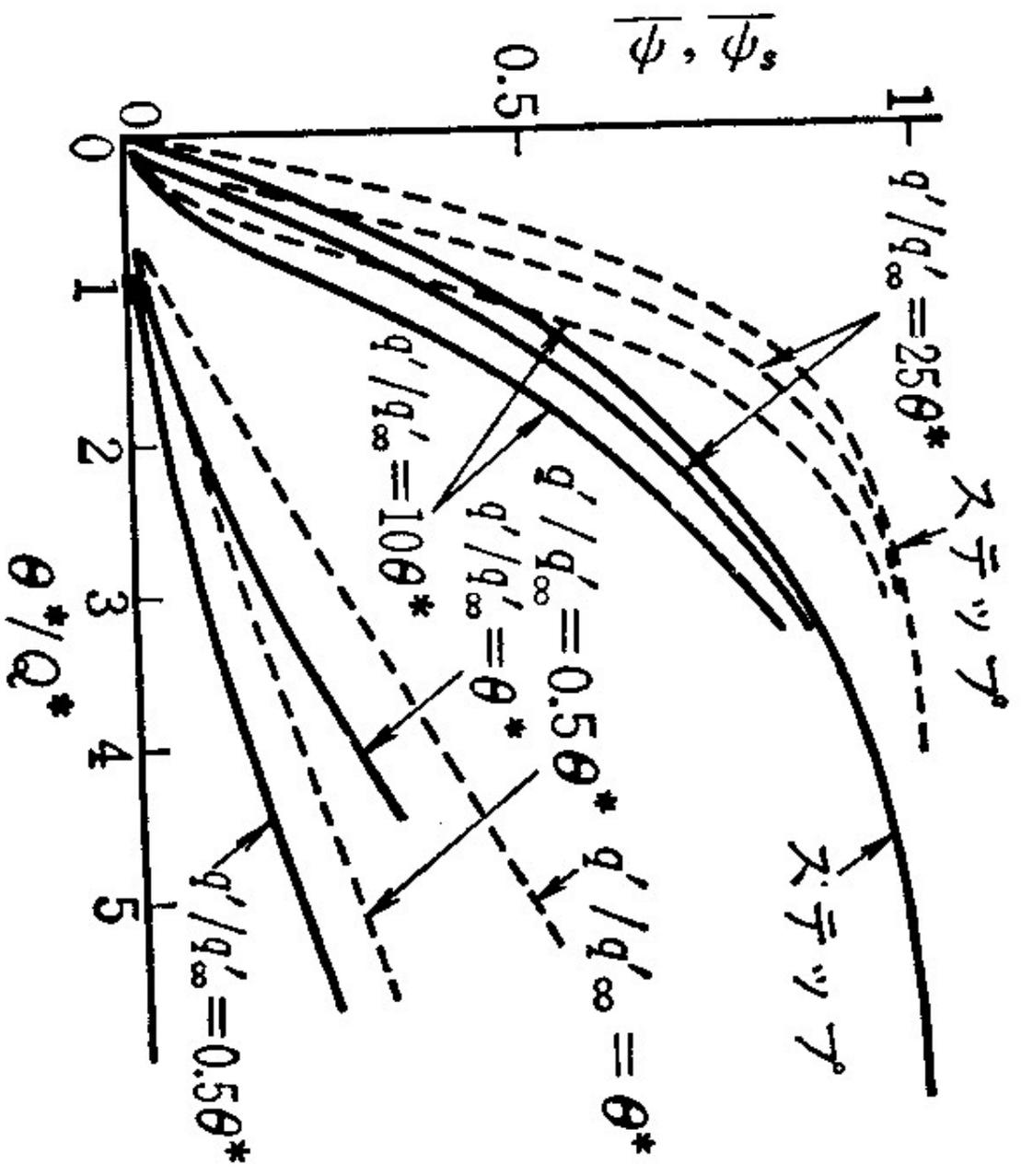
直線状の熱量の上昇は

$$q'/q'_\infty = A\Theta^*$$

で与えられる。 $Q^*$ が1以上（固体壁の熱容量が大きい）と準静的（熱伝達係数は各瞬間定常と仮定）となる

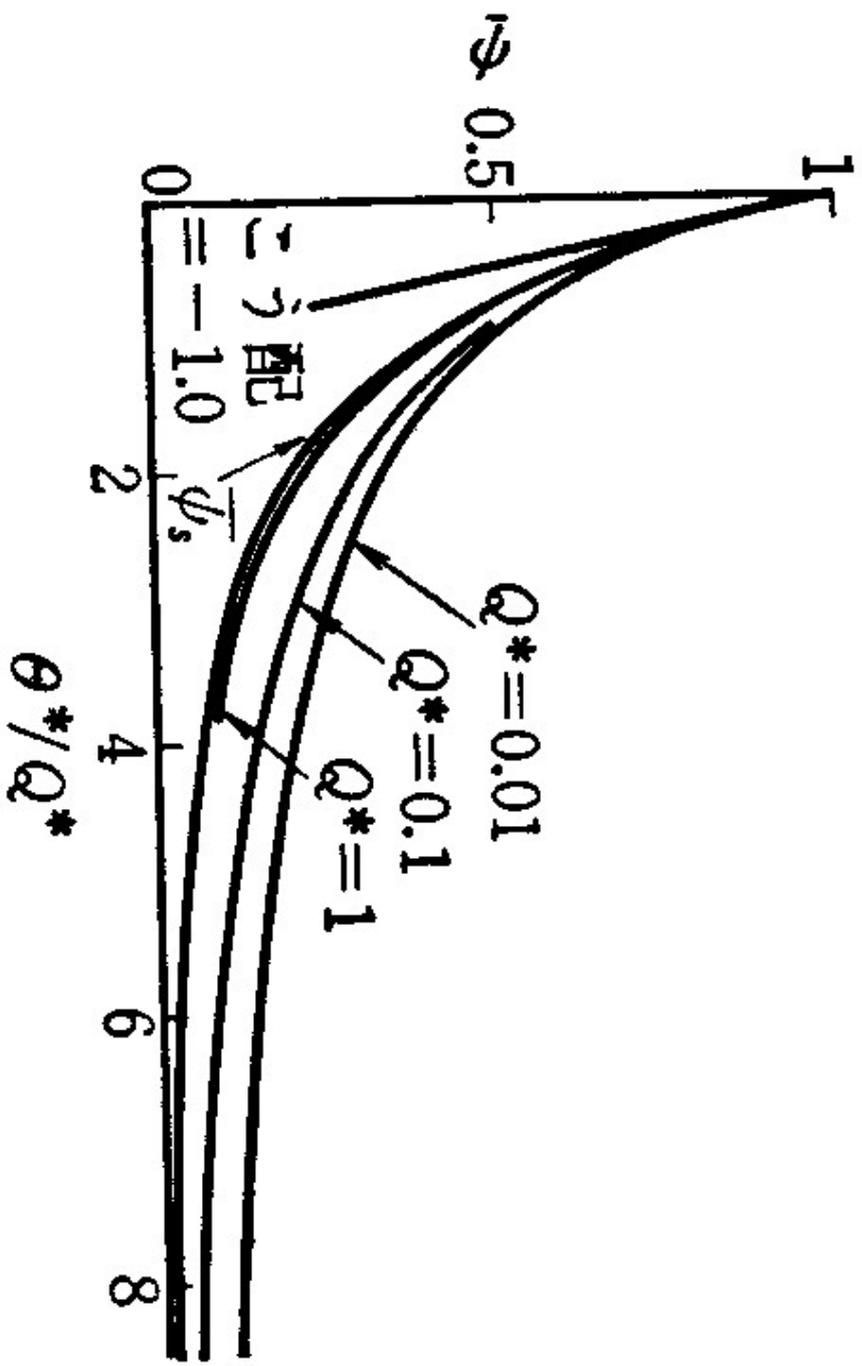


実線：スタントン点線：ラムブ  
 第2図  $\bar{\psi}$  と  $\theta^*/Q^*$  [条件 2. (c)]<sup>(4)</sup>



実線:  $\bar{\psi}$ , 点線:  $\bar{\psi}_s$ ,  $Q^* = 0.1$

第 3 図  $\bar{\psi}$ ,  $\bar{\psi}_s$  と  $\theta^*/Q^*$  [条件 2. (c)]<sup>(4)</sup>



第 4 図  $\bar{\psi}$  と  $\theta^*/Q^*$  [条件 2. (d)]<sup>(6)</sup>

平板からの定常強制対流熱伝達（層流）  
壁温一定の場合には

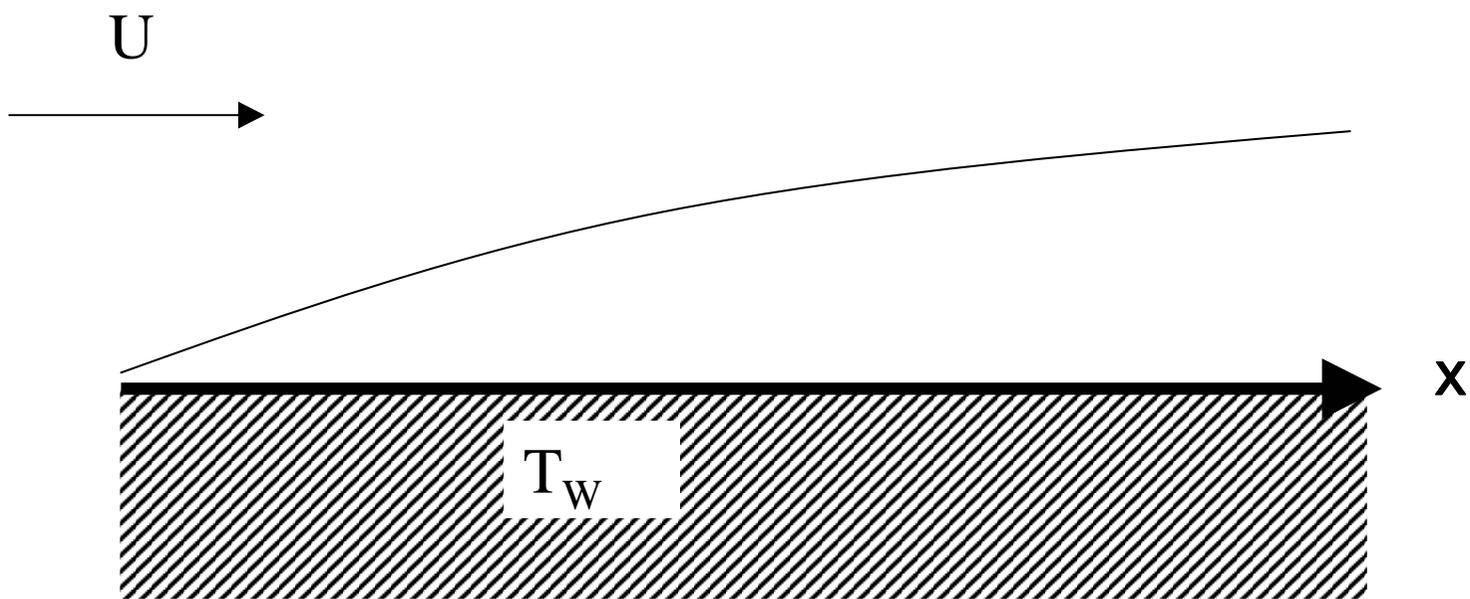
$$\text{Nu}_x = 0.332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad \text{Re}_x = \frac{\alpha x}{\nu} \quad (14)$$

$$\alpha = 0.332 \lambda \sqrt{\frac{U}{\nu x}} \text{Pr}^{1/3} \quad (15)$$

(15)式と(3)式から熱伝達係数が一致する時刻（第1図の交点A）を求めると

$$\frac{U t_A}{x} \text{Pr}^{-1/3} = \frac{9}{\pi} \quad (16)$$

よって  $F \approx \frac{U t}{x} \text{Pr}^{-1/3}$  をパラメーターとして過渡熱伝達係数を表すことが可能。



# より詳細な解析

過渡熱伝達係数

$$\alpha = 0.332\lambda\sqrt{\frac{U}{\nu x}} \text{Pr}^{1/3} \frac{1}{\phi}$$

φはFの関数として与えられる。」

$$F = 0.2\frac{Ut}{x} \text{Pr}^{-1/3}$$

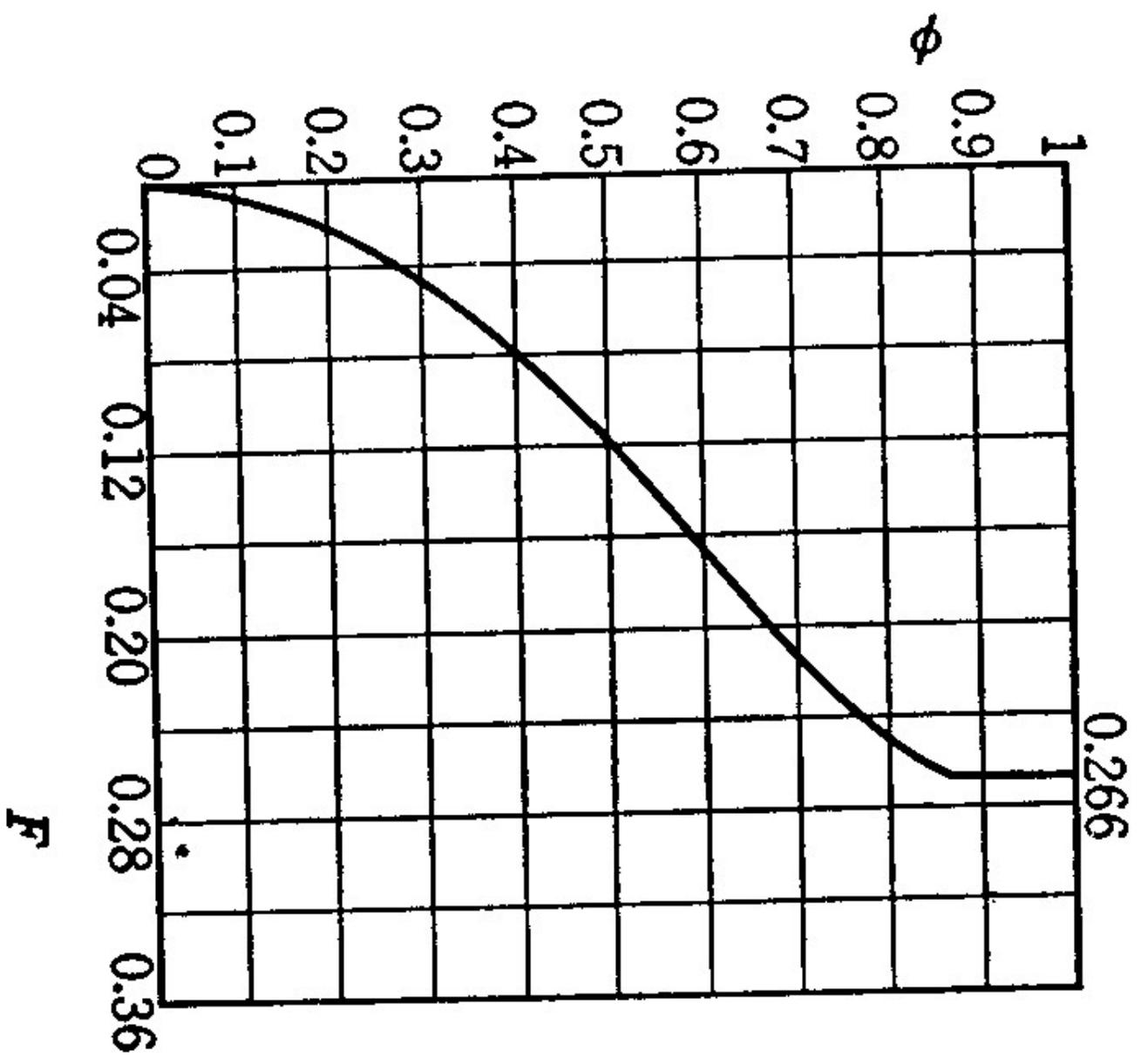


图 3. (a) 的  $F$  与  $\phi$  的关系

## 流路内の過渡熱伝達係数

平行平板間流路、円管の場合にも過渡熱伝導による熱伝達は平板の場合と同じ。

$t=0$  で壁温が  $T_w(>T_0)$  に上昇し一定に保たれる場合。

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_0} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \exp\left(-a(2n+1)^2 \pi^2 t / h^2\right) \cos\left(\frac{(2n+1)\pi y}{h}\right) \quad (17)$$

又は

$$\frac{T_w - T}{T_w - T_0} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)h - 2y}{4\sqrt{at}} + \operatorname{erfc} \frac{(2n+1)h + 2y}{4\sqrt{at}} \right\} \quad (18)$$

ここで  $\operatorname{erfc}(x)$  は余誤差関数で

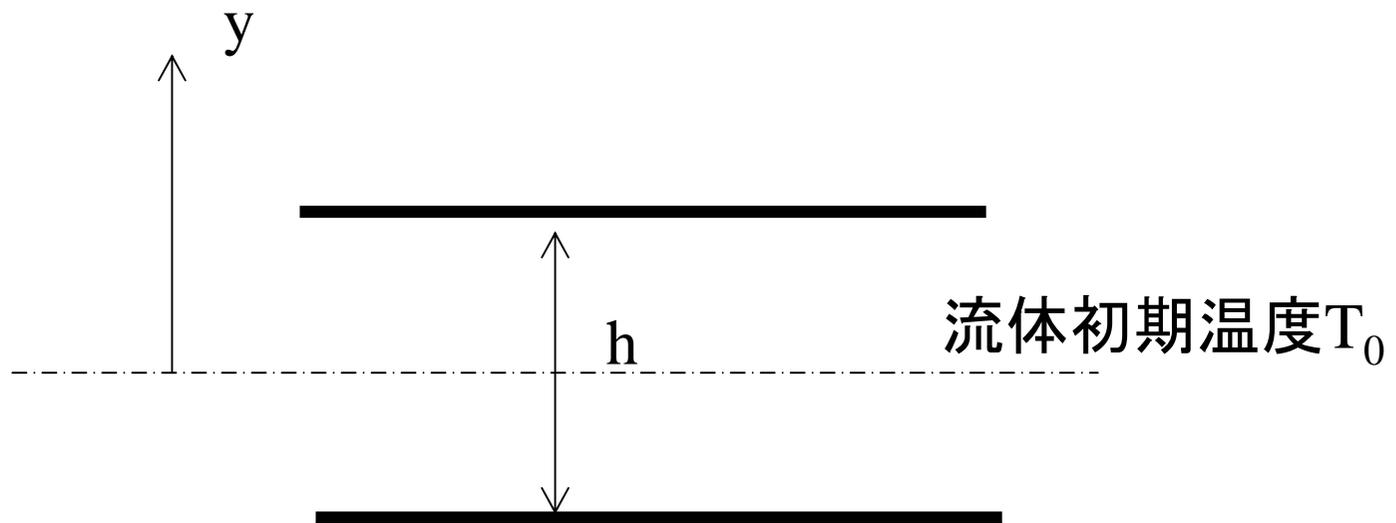
$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi \quad (19)$$

(18)式を微分して

$$q_w = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=\pm \frac{h}{2}} = \frac{\lambda(T_w - T_0)}{\sqrt{\pi at}} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp\left(-n^2 (h/2)^2 / (at)\right) \right\} \quad (20)$$

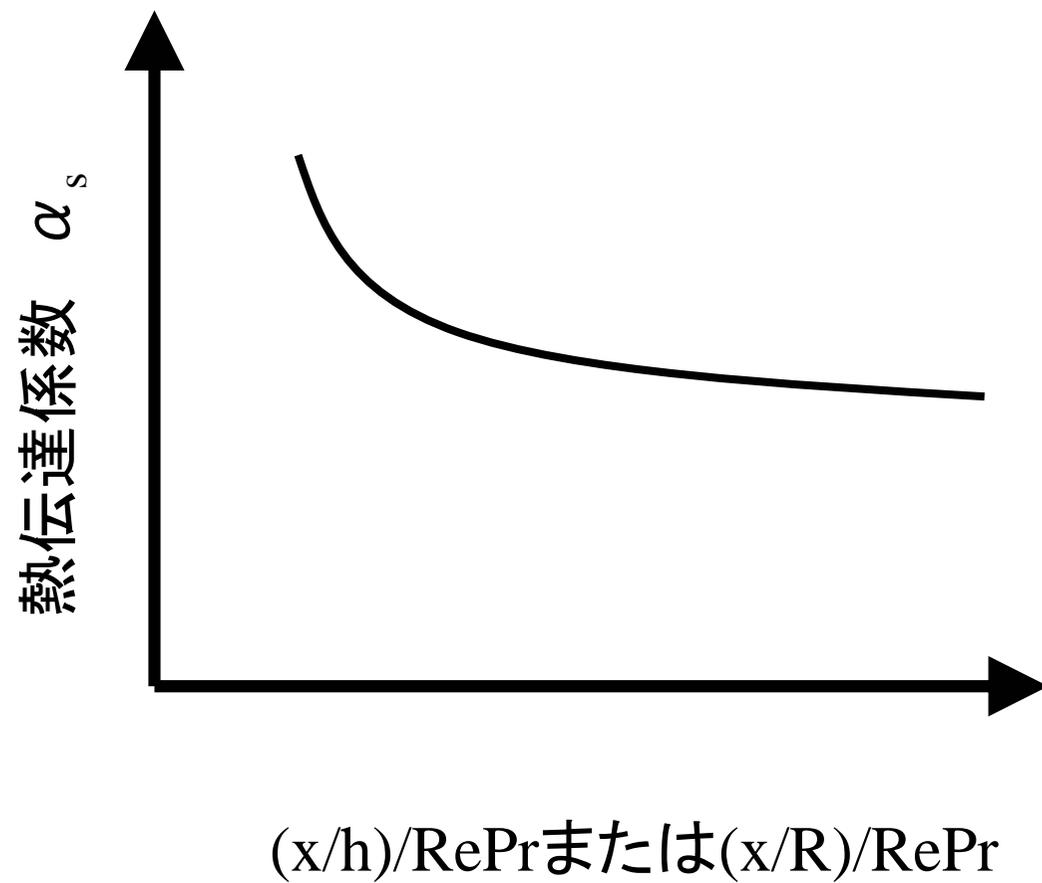
$t$  が小さい場合には

$$\alpha = \frac{q_w}{(T_w - T_0)} = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi at}} \quad (21)$$



定常熱伝達係数は流路入り口からの距離  $x$  に依存（助走域）

平行平板では  $(x/h)RePr$  円管（直径  $D$ ）では  $(x/D)RePr$  をパラメータとして熱伝達係数は変化（層流、乱流いずれの場合も）



# 流路内の強制対流過渡熱伝達

## 過渡熱伝達係数

$$\alpha = \frac{q_w}{(T_w - T_0)}$$

定常の強制対流熱伝達係数の定義とは違う

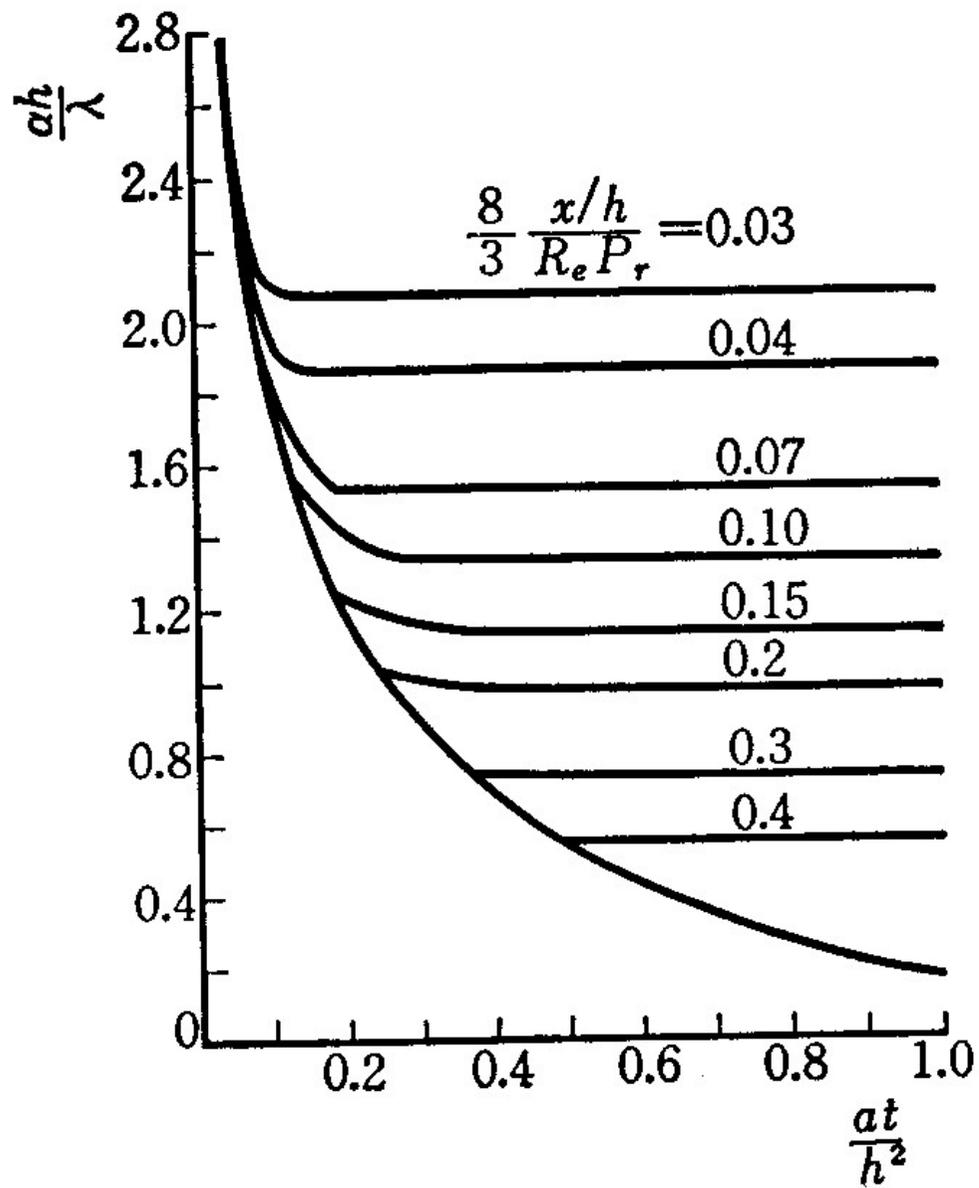
$$\alpha_s = \frac{q_w}{(T_w - T_m)}$$

層流では熱伝導が支配的

$$\frac{at}{h^2} \quad \text{または} \quad \frac{at}{R^2} \quad \text{がパラメータ}$$

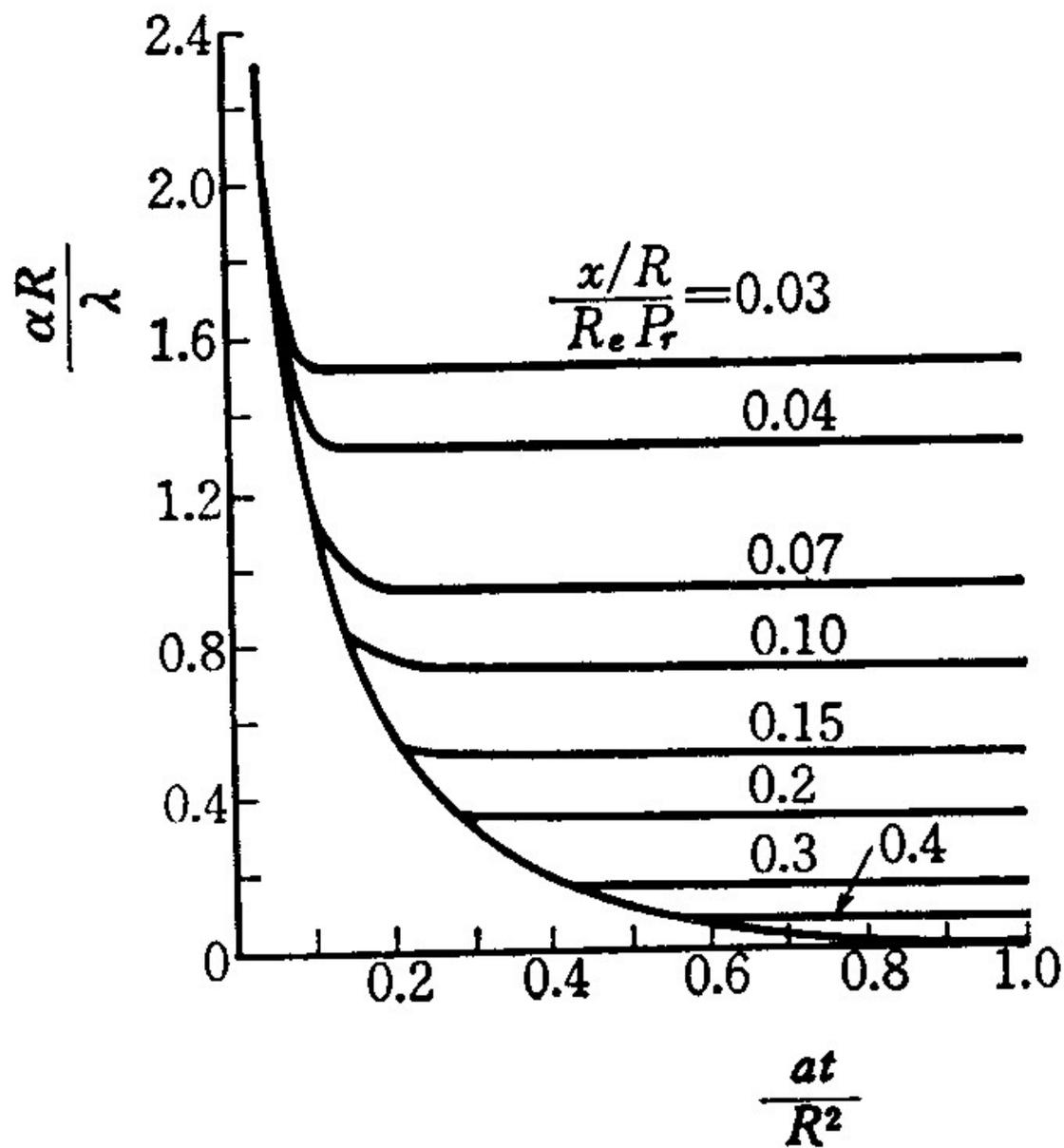
乱流では流動が支配的

$$\frac{vt}{h^2} \quad \text{または} \quad \frac{vt}{R^2} \quad \text{がパラメータ}$$



層流、平行平板、ステップ状壁温上昇

第 6 図  $\frac{\alpha h}{\lambda}$  と  $\frac{at}{h^2}$  [条件 3. (b)]<sup>(8)</sup>

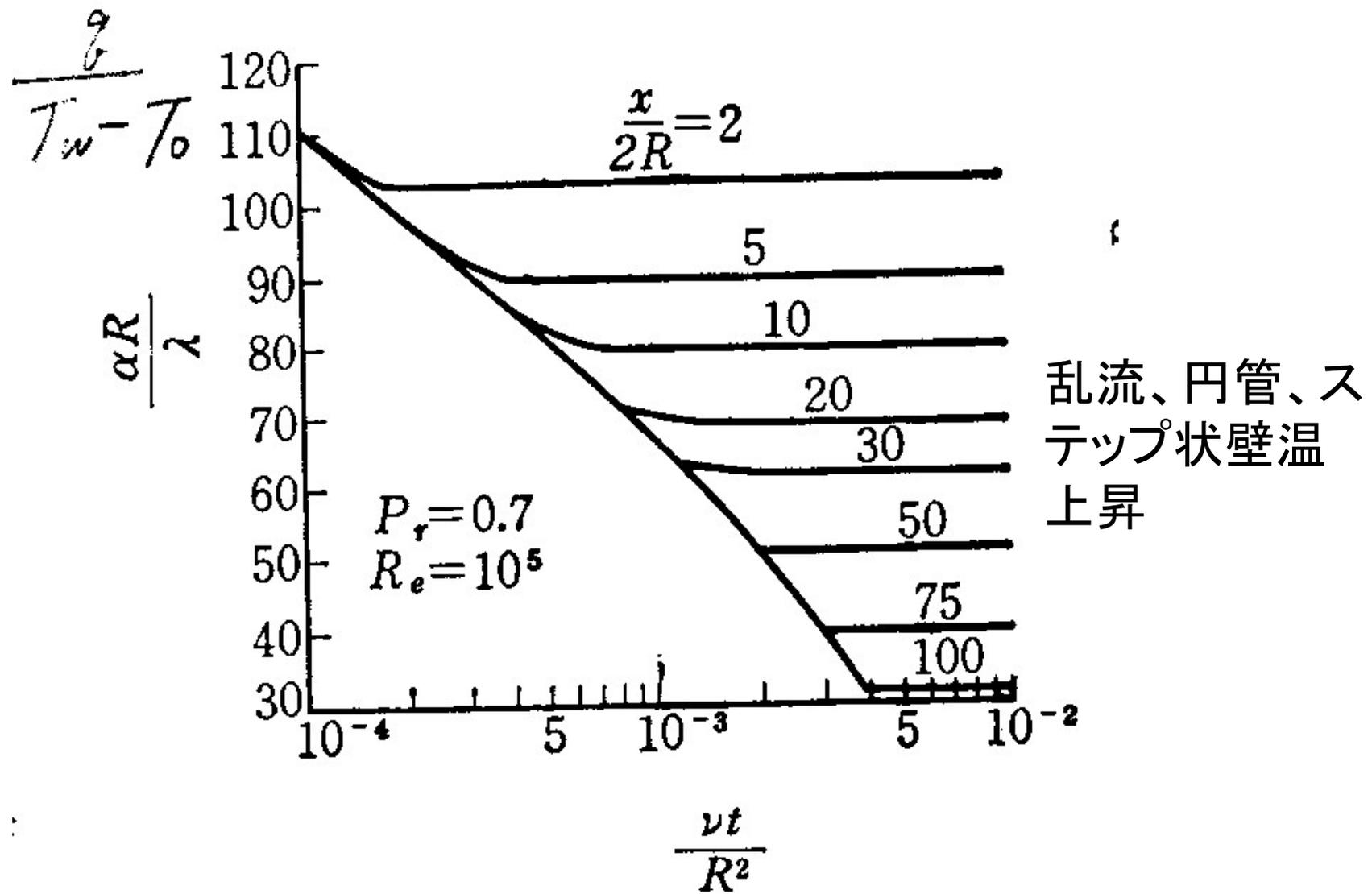


層流、円管、ス  
テップ状壁温  
上昇

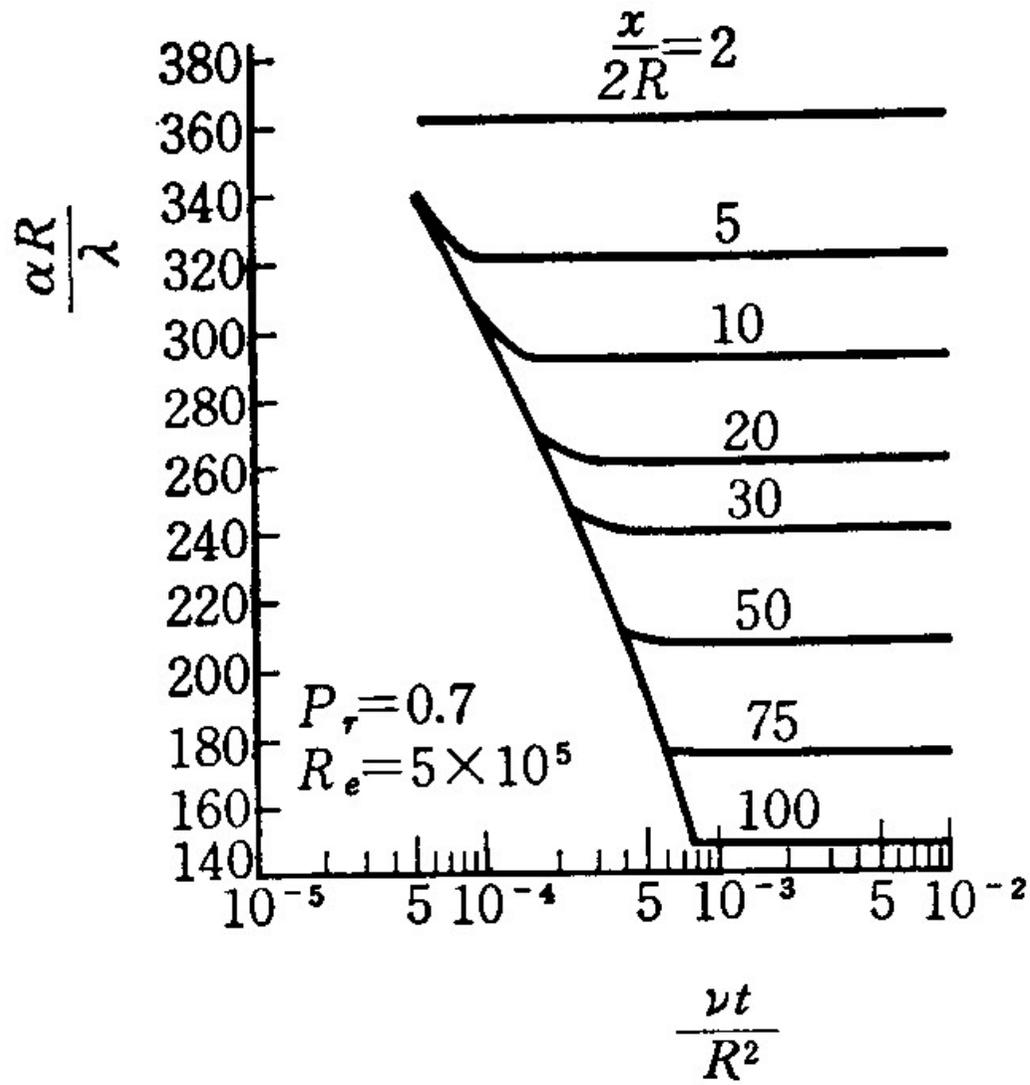
第7図  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  と  $\frac{at}{R^2}$  [条件 3. (c)]<sup>(8)</sup>

# 円管内乱流

- 円管内の発達した乱流
- 壁面も流体も $T_0$  の温度
- 時刻 $t=0$ で壁温が $T_w$ にステップ状に変化

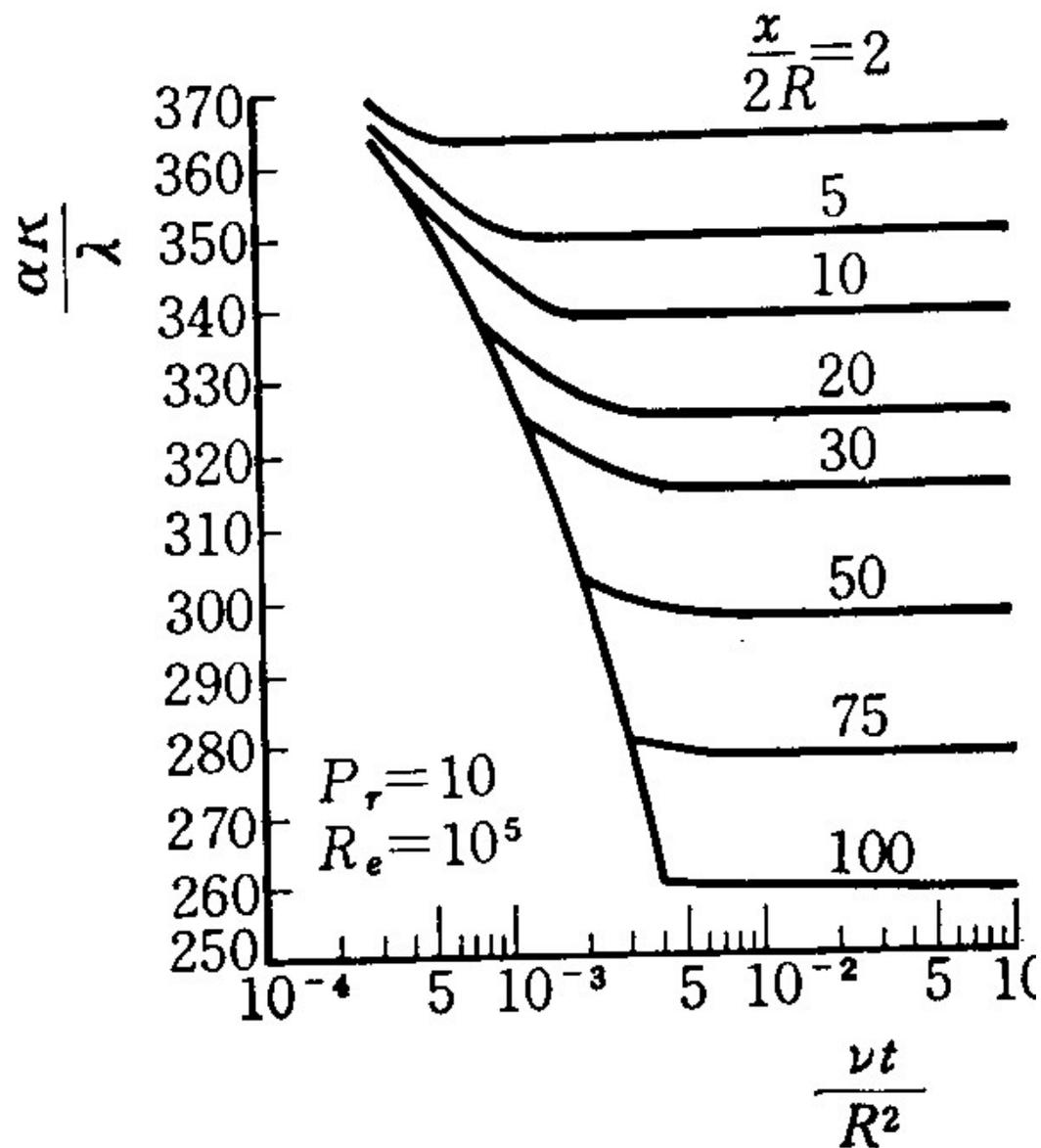


第 8 図  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  と  $\frac{\nu t}{R^2}$  [条件 3. (d)]<sup>(9)</sup>



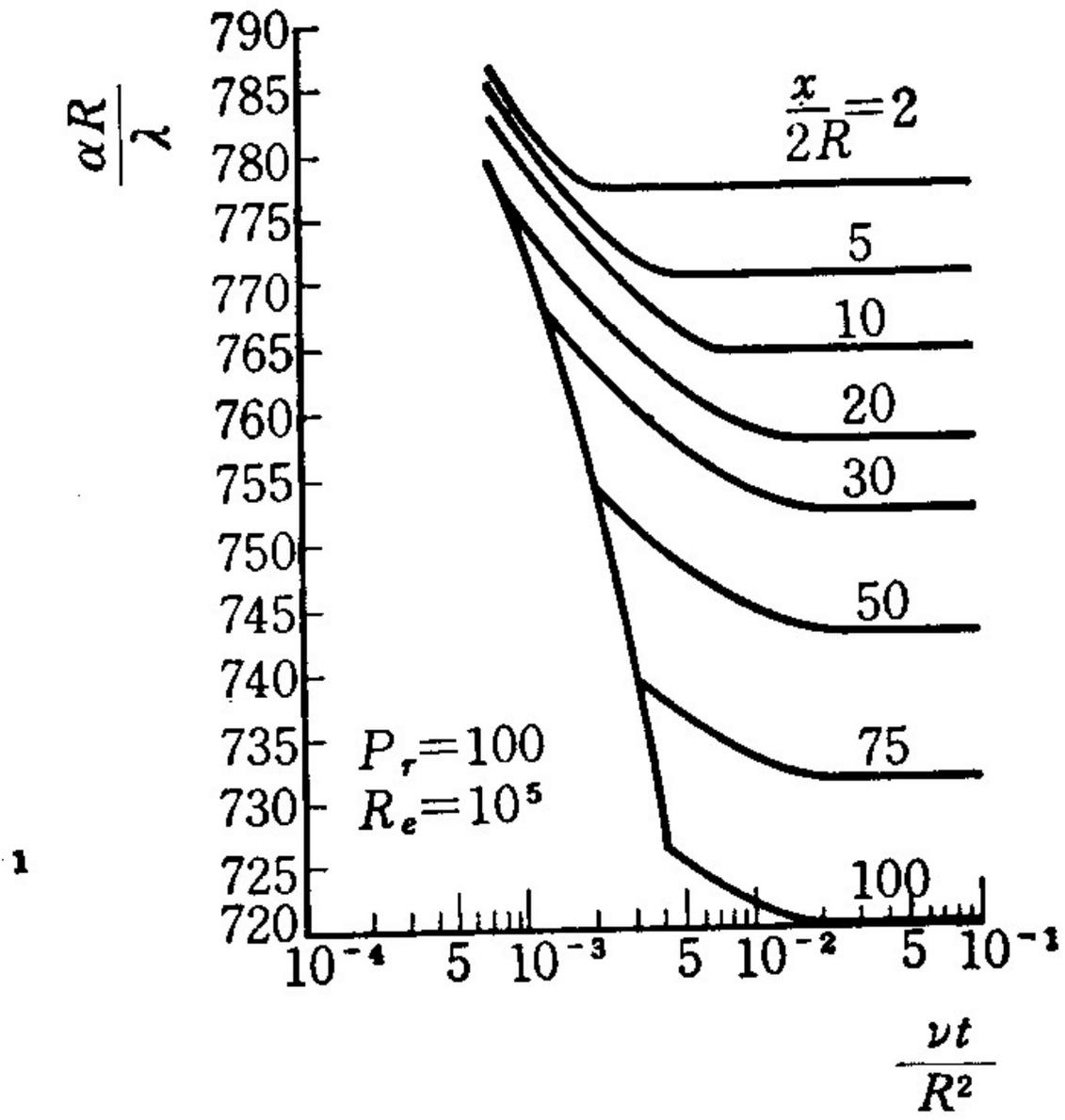
乱流、円管、ステップ状壁温  
上昇

第 9 図  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  と  $\frac{\nu t}{R^2}$  [条件 3. (d)]<sup>(9)</sup>



乱流、円管、ステップ状壁温  
上昇

第 10 図  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  と  $\frac{\nu t}{R^2}$  [条件 3. (d)]<sup>(9)</sup>

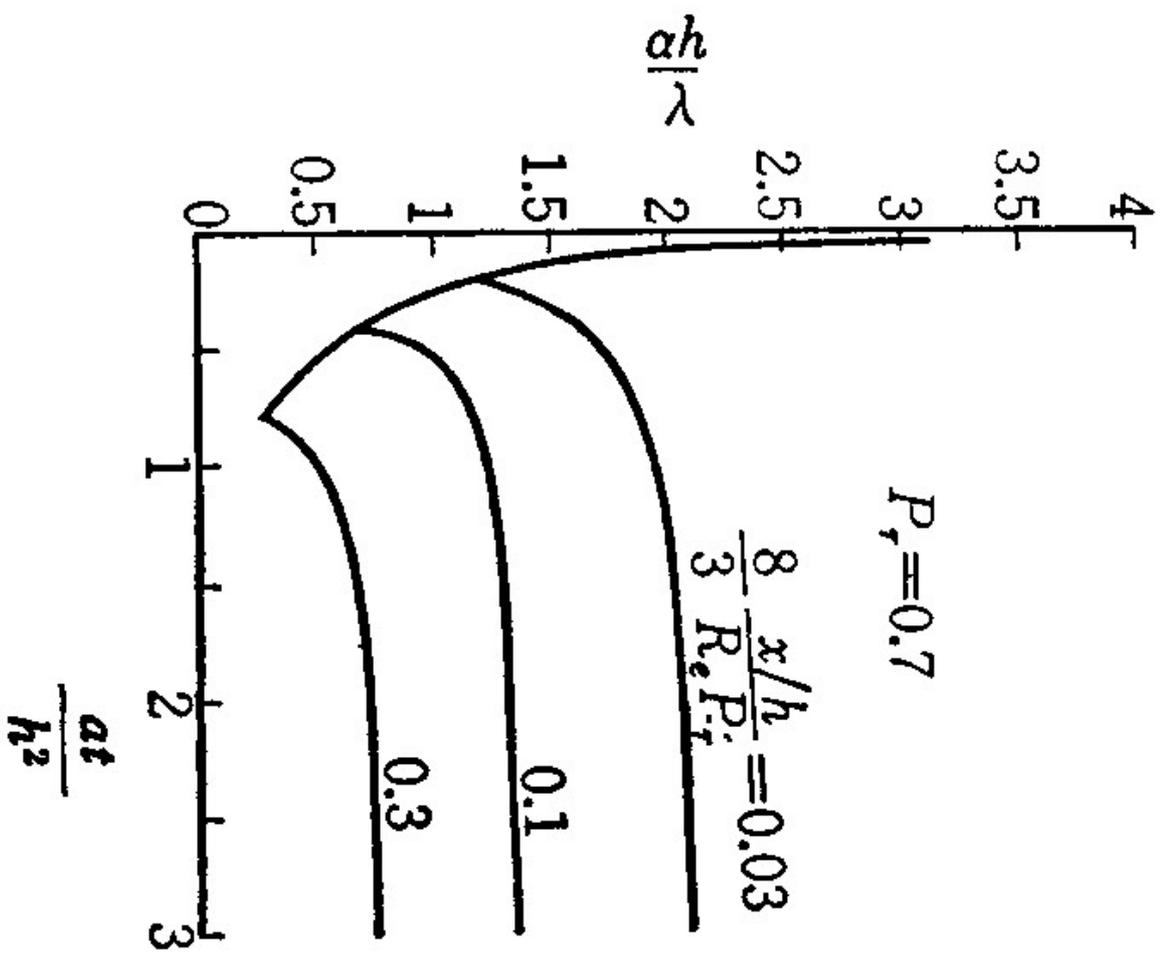


乱流、円管、ス  
 テップ状壁温  
 上昇

第 11 図  $\frac{\alpha R}{\lambda}$  と  $\frac{\nu t}{R^2}$  [条件 3. (d)]<sup>(9)</sup>

# 流れが変化する場合

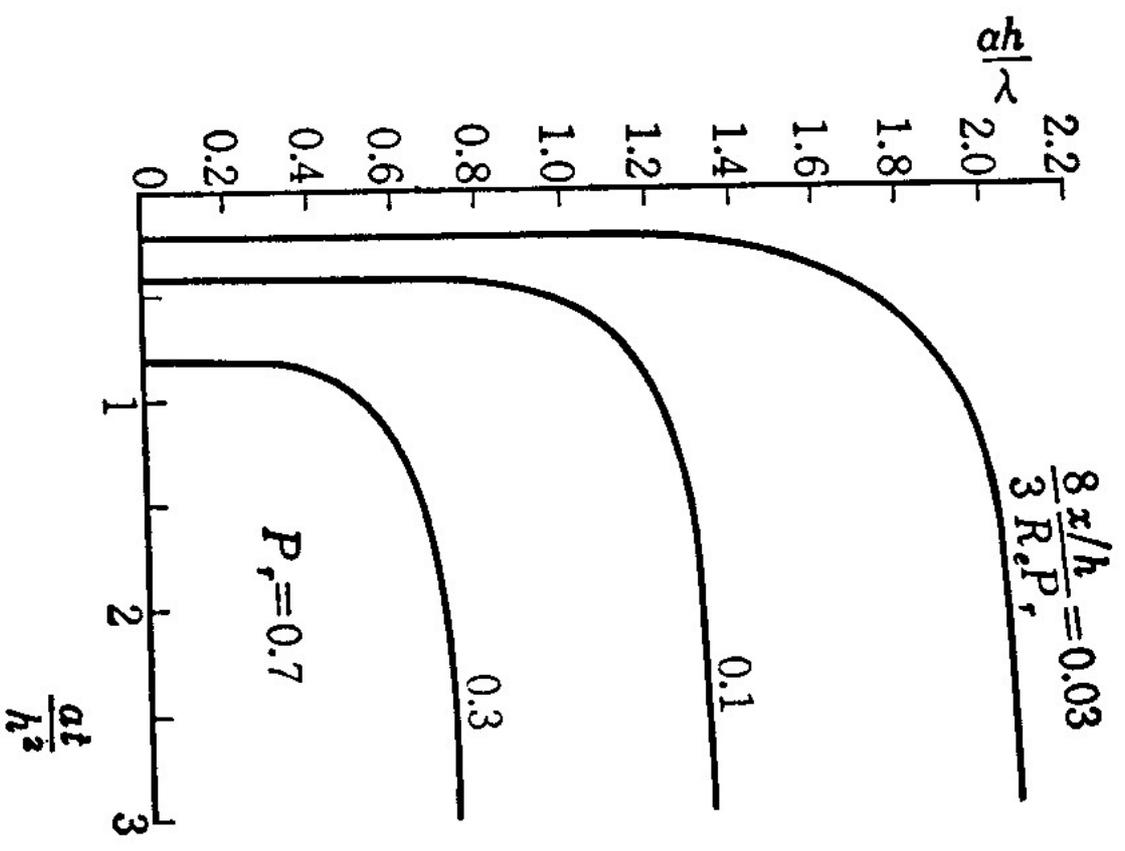
- 平行平板間流路
- 初期状態は静止、壁面も流体も $T_0$ の温度
- 時刻 $t=0$ で圧力勾配がステップ状に変化 $T_0$ の流体が流れ込むと同時に壁温が $T_w$ にステップ状に変化、最終的に速度が $u$ となる。



第 12 图  $\frac{ah}{\lambda}$  と  $\frac{at}{h^2}$  [条件 3. (e)] (10)

# 流れが変化する場合

- 平行平板間流路
- 初期状態は静止、壁面も流体も $T_w$ の温度
- 時刻 $t=0$ で圧力勾配がステップ状に変化 $T_0$ の流体が流れ込み最終的に速度が $u$ となる。



第 13 图  $\frac{\alpha h}{\lambda}$  と  $\frac{a t}{h^2}$  [条件 3. (f)]<sup>(10)</sup>