無次元相関式

バッキンガムのπ定理

n個の物理量が関係する現象

物理量間に一つの式

関係する次元の数がm個

関係式は（n－m）個の無次元数の関係として表される

独立な無次元数は（n－m－1）個

次元の数

時間　s

長さ　m

質量　Kg

温度　K

エネルギーJは力×距離でKgm^2/s^2の単位をもつが、熱の移動に関しては独立の次元とする場合もある。

次元解析の例

流路の壁面せん断力τ[N/m^2=Kg/(ms^2)]は流路の径D[m], 流速u[m/s], 密度ρ[Kg/m^3], 粘性係数μ [Kg/(ms)]の関数として与えられる

$$\tau = KD^a u^b \rho^c \mu^d$$

右辺と左辺の次元は等しいはずだから

Kg: 1=c+d　m:-1=a+b-3c-d　s:-2=-b-d

これから　b=2-d,　c=1-d

a= -1-b+3c+d=-d

次元解析の例

これから

$$\tau = KD^{-d}u^{2-d}\rho^{1-d}\mu^{d}$$

$$\left(\frac{\tau}{\rho u^{2}}\right) = K\left(\frac{D\rho u}{\mu}\right)^{-d} = K\,Re^{-d}$$

物理量の個数 5　次元の数　3

５－３＝２個の無次元数で表され、独立な無次元数は５－３－１＝１個

次元解析の例（２）

熱伝達係数h[J/(m^{2}sK)]は流路の径D[m], 流速u[m/s], 密度ρ[Kg/m^3],粘性係数μ [Kg/(ms)]比熱C_{PL}[J/(KgK)],熱伝導度λ[J/(msK)]の関数として与えられる

$$h = KD^a u^b \rho^c \mu^d c_{PL}{}^e \lambda^f$$

この場合J/Kがひとまとまりとなって現れているのでこれを一つの次元と扱う

次元解析の例（２）

$$h = KD^a u^b \rho^c \mu^d c_{PL}{}^e \lambda^f$$

J/K: 1=e+f m:-2=a+b-3c-d-f Kg: 0=c+d-e

s: -1=-b-d-f

f=1-e, d=1-b-f=-b+e, c=e-d=b ,

a=-2-b+3c+d+f=-1+b

$$h = KD^{-1+b} u^b \rho^b \mu^{-b+e} c_{PL}{}^e \lambda^{1-e}$$

$$\frac{hD}{\lambda} = K\left(\frac{Du\rho}{\mu}\right)^b \left(\frac{\mu c_{PL}}{\lambda}\right)^e = K\,\mathrm{Re}^b\,\mathrm{Pr}^e$$

次元解析の例（２）

物理量の個数 7

次元の数 4

７－４＝３個の無次元数で表され、独立な無次元数は７－４－１＝２個