

# 凝縮熱伝達

# 凝縮現象

蒸気が低温（露点以下）の面にふれると起こる

## 滴状凝縮

冷却面と液の接触角が大きい場合

冷却面に滴状に凝縮、熱伝達係数大

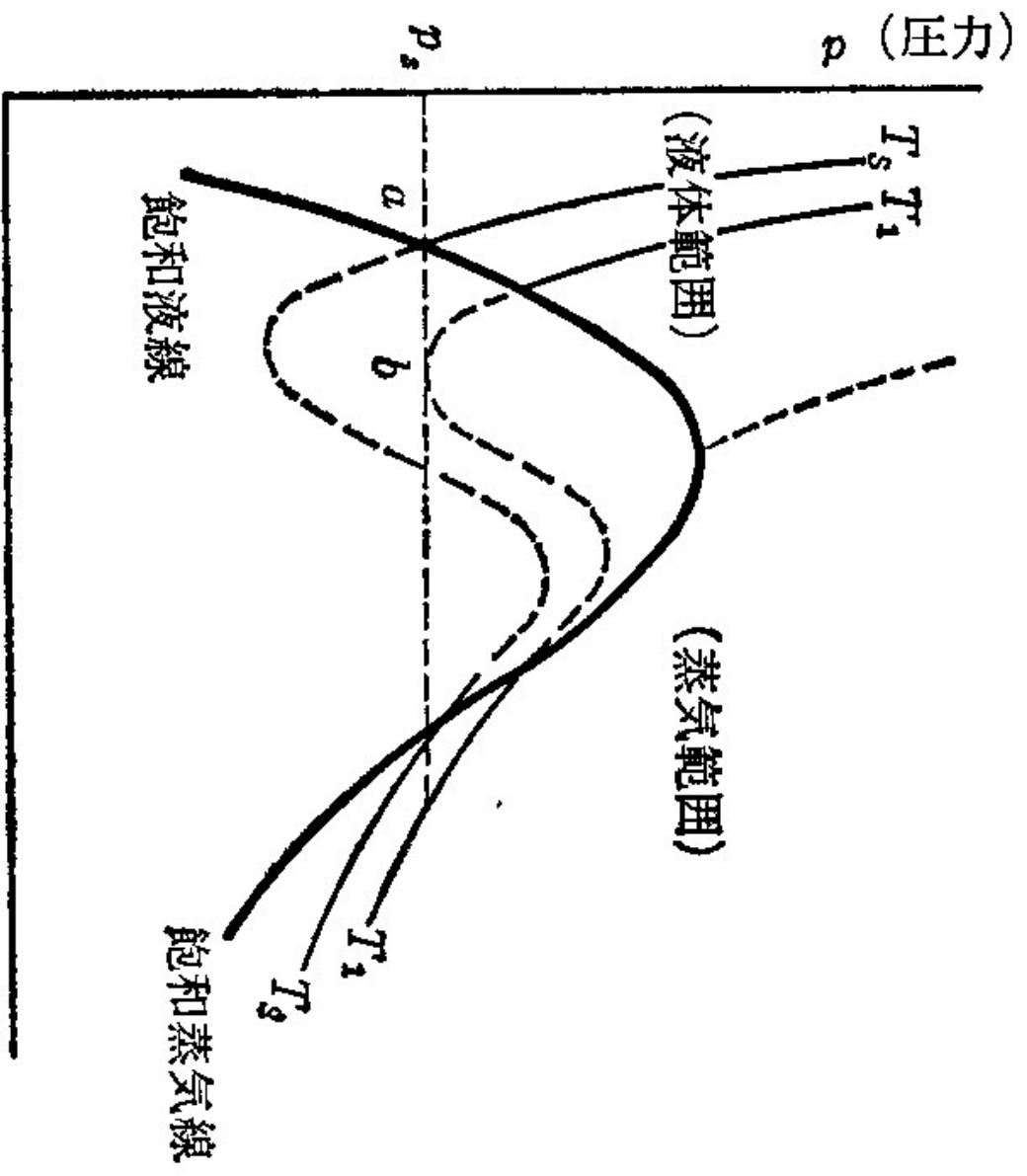
核沸騰熱伝達に対応

## 膜状凝縮

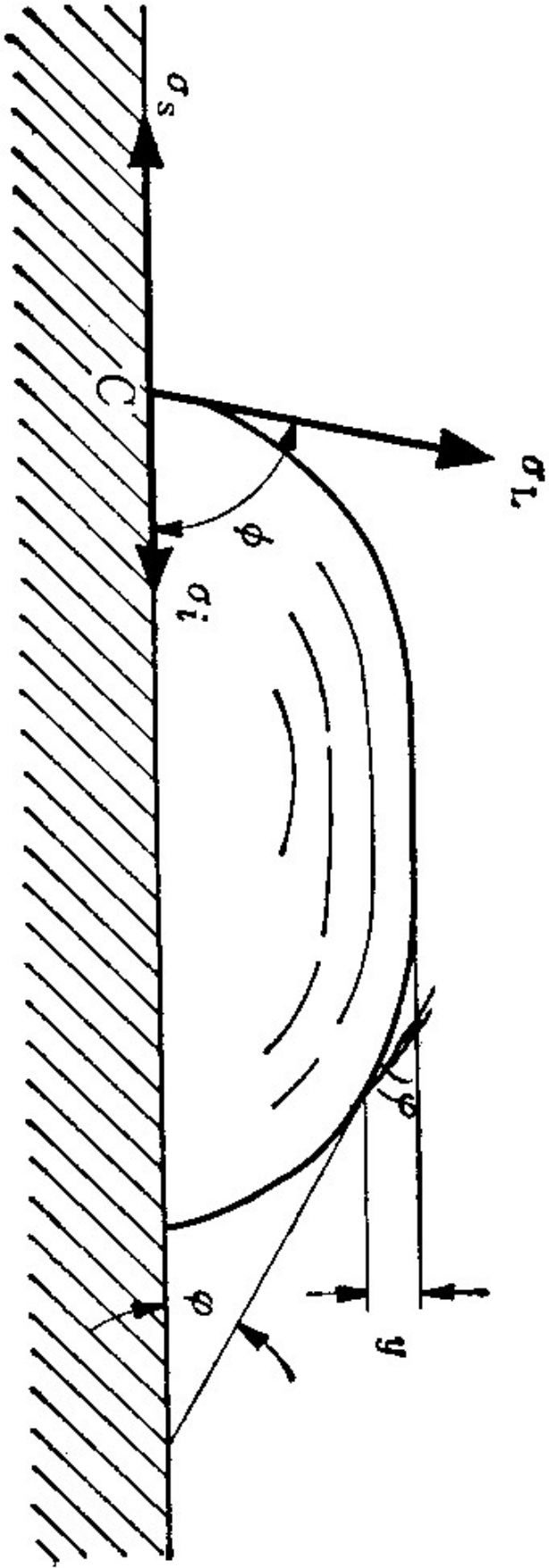
冷却面と液の接触角が小さい場合

冷却面に膜状に凝縮、熱伝達係数小

膜沸騰熱伝達に対応



15.1 図 物質の状態図



14.2 図 水平固体面上の液滴

# 接触角

気体と液体の界面エネルギー： $\sigma_L$

気体と固体の界面エネルギー： $\sigma_S$

固体と液体の界面エネルギー： $\sigma_i$

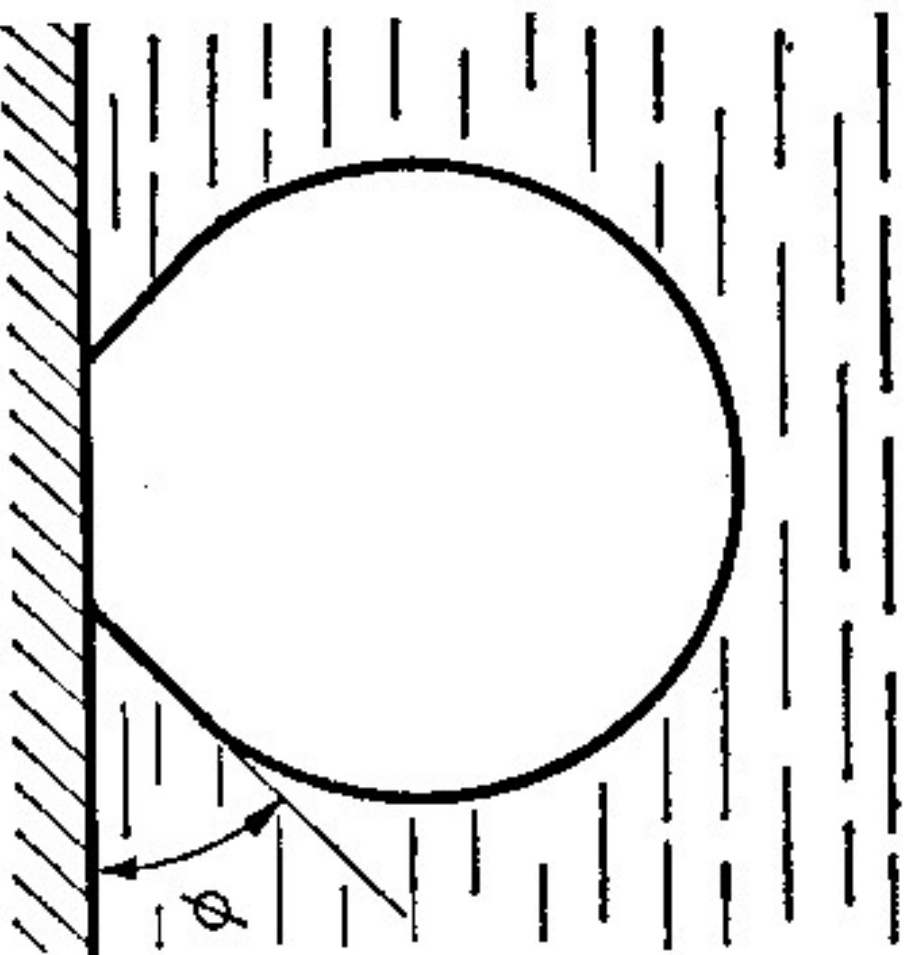
接触角 $\phi$ はこれらのエネルギーのバランスから決まる

$$\sigma_L \cos \phi + \sigma_i - \sigma_S = 0$$

$$\cos \phi = \frac{\sigma_S - \sigma_i}{\sigma_L}$$

濡れやすい面：接触角小

濡れにくい面：接触角大



15・8 図 気泡離脱時の接  
触角

# 気泡の離脱

気泡がある大きさになると浮力により伝熱面を離脱 離脱気泡直径 $d_b$

浮力と表面張力のバランス

浮力

$$\frac{\pi}{6} d_b^3 g (\rho_L - \rho_V)$$

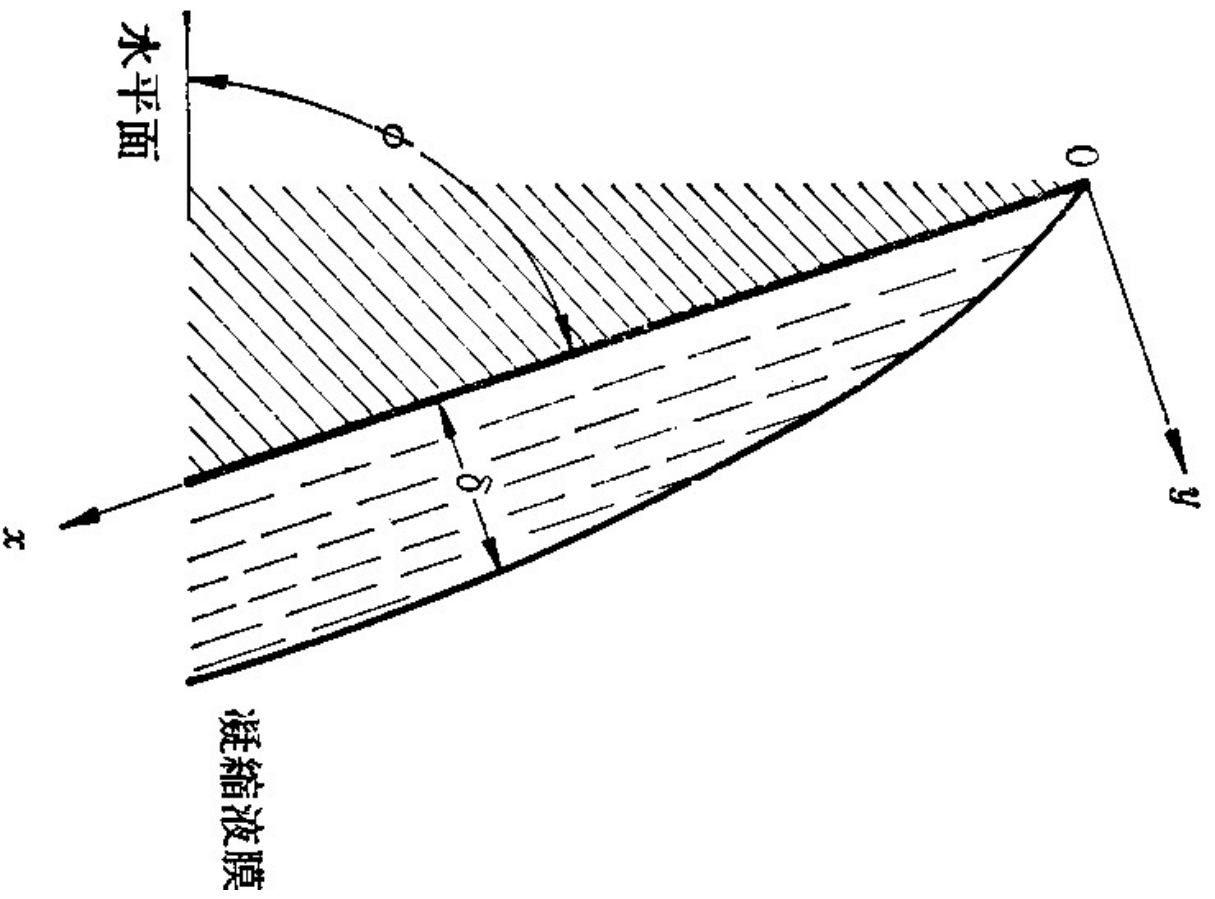
表面張力

$$\pi d_0 \sigma \sin \phi$$

$$d_b \propto \sin \phi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_V)}}$$

Fritzの式

$$d_b = 0.0209 \phi \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_L - \rho_V)}} \quad 0 \leq \phi \leq 140^\circ$$



13.1 図 低温平板上に生成，流下する  
膜状凝縮液膜



# 凝縮液膜の基礎方程式

水平面となす角 $\phi$ をする

下向きに座標軸をとる。2次元、非圧縮性の  
一般的な式

連続の式 
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

運動量の式

$$\rho_L u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_L g \sin \phi$$

$$\rho_L u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu_L \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \mu_L \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \rho_L g \cos \phi$$

# 凝縮液膜の基礎方程式

## エネルギーの式

$$c_{PL}\rho_L u \frac{\partial T}{\partial x} + c_{PL}\rho_L v \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

## 気相は静止していると仮定

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho_g g \sin \phi \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_g g \sin \phi$$

## これを液相の式に代入

$$\rho_L u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \rho_L g \sin \phi$$

$$\rho_L u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial u}{\partial y} = \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (\rho_L - \rho_g) g \sin \phi$$

# 凝縮液膜の基礎方程式

水平面となす角 $\phi$ をする

下向きに座標軸をとる。2次元、非圧縮性

連続の式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

運動量の式(流れ方向成分のみ考える)

$$\rho_L u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial u}{\partial y} = \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi$$

エネルギーの式

$$c_{PL} \rho_L u \frac{\partial T}{\partial x} + c_{PL} \rho_L v \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

# 境界条件

$y=0$  (伝熱面) で  $u=v=0$ ,  $T=T_W$

$y=\delta$  (液膜界面) で  $\mu_L \frac{\partial u}{\partial y} = 0$   $T=T_S$

$\delta$  は液膜厚さ。  $\mu_L \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  は気液界面の剪断力が小さいと仮定した条件

厳密には気液界面での剪断力が働く

以上の基礎方程式を解くことにより凝縮熱伝達が解析出来る。

# 液膜流量の式

$x=0$ から $x=x$ までに凝縮した液体が液膜厚さ $\delta$ となつて流れる。熱平衡を仮定する。

熱のバランスを考えると $\delta$ に関する積分方程式が得られる。

$$H_{fg} \int_0^{\delta} \rho_L u dy + \int_0^{\delta} \rho_L u c_{PL} (T_s - T) dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$

液膜内の速度分布温度分布を与えればこの積分方程式を解くことが出来る

# 液膜内の速度分布

運動方程式を積分

液膜厚さが薄いので対流運動量項を無視

層流を仮定  $\mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi$

$y=0$ から $y=\delta$ まで積分して  $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{\mu_L} y + C$

$y=\delta$ (液膜界面)で  $\mu_L \frac{\partial u}{\partial y} = 0$  を用いて

$$C = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{\mu_L} \delta$$

# 液膜内の速度分布

もう一度  $y=0$  から  $y=\delta$  まで積分して

$$u = -\frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} y^2 + \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{\mu_L} \delta y + C$$

$y=0$  で  $u=0$  を用いて  $C=0$

$$u = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} (2\delta y - y^2)$$

液膜内平均速度  $u_m$

$$\begin{aligned} u_m &= \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u dy = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L \delta} \int_0^\delta (2\delta y - y^2) dy \\ &= \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L \delta} \frac{2}{3} \delta^3 = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{3\mu_L} \delta^2 \end{aligned}$$

# 液膜内の温度分布

## 液膜のエネルギーバランス式

$$H_{fg} \int_0^{\delta} \rho_L u dy + \int_0^{\delta} \rho_L u c_{PL} (T_s - T) dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$

を変形して

$$H_{fg} \rho_L \int_0^{\delta} u \left[ 1 + \frac{c_{PL} (T_s - T)}{H_{fg}} \right] dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$

$$\frac{c_{PL} (T_s - T)}{H_{fg}} \leq \frac{c_{PL} (T_s - T_w)}{H_{fg}} \ll 1$$

と仮定(顕熱輸送は潜熱輸送に比べて小さい)出来る場合が多く

$$H_{fg} \rho_L \int_0^{\delta} u dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$



# 液膜内の温度分布

顕熱輸送は潜熱輸送に比べて小さい場合にはエネルギー保存式は

$$\lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$y=0$ から $y=\delta$ まで2回積分して

$$T = C_1 T + C_2$$

$y=0$ で $T=T_w$   $y=\delta$ で $T=T_s$ を用いて

$$T = T_w + (T_s - T_w) \frac{y}{\delta}$$

微分して $y=0$ とおけば

$$\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{T_s - T_w}{\delta}$$

# 液膜厚さの基礎方程式

顕熱輸送を無視した液膜のエネルギーバ  
ランス式

$$H_{fg}\rho_L \int_0^\delta u dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$

に速度分布  $u = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} (2\delta y - y^2)$

及び壁面での温度勾配  $\left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{T_s - T_w}{\delta}$

を代入し積分を実行

# 液膜厚さの基礎方程式

左辺

$$\begin{aligned} H_{fg} \rho_L \int_0^\delta u dy &= H_{fg} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \int_0^\delta (2\delta y - y^2) dy \\ &= H_{fg} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \frac{2}{3} \delta^3 = H_{fg} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{3\mu_L} \delta^3 \end{aligned}$$

右辺

$$\lambda_L \int_0^\infty \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx = \lambda_L (T_s - T_w) \int_0^\infty \frac{dx}{\delta}$$

これから

$$H_{fg} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{3\mu_L} \delta^3 = \lambda_L (T_s - T_w) \int_0^\infty \frac{dx}{\delta}$$

$$v_L = \frac{\mu_L}{\rho_L}, \quad \kappa_L = \frac{\lambda_L}{\rho_L c_{PL}} \quad \text{を用いて}$$

$$\frac{\delta^3}{3} = \frac{c_{PL} (T_s - T_w)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} \int_0^\infty \frac{dx}{\delta}$$

# 液膜厚さの基礎方程式

$\delta$ は $x$ の関数だから  $\frac{d}{dx} \int_b^x \frac{dx}{\delta} = \frac{1}{\delta}$

$$\frac{\delta^3}{3} = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} \int_b^x \frac{dx}{\delta}$$

を $x$ で微分して

$$\delta^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} \frac{1}{\delta}$$

$$\delta^3 d\delta = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} dx$$

# 液膜厚さの基礎方程式

$$\delta^3 d\delta = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} dx$$

を  $x=0$  で  $\delta=0$  として  $x=0$  から  $x=X$  まで積分

$$\frac{1}{4} \delta^4 = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} x$$

$$\left( \frac{\delta}{X} \right)^4 = 4 \frac{1}{X^3} \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi}$$

# 液膜厚さの基礎方程式

変形して 
$$\left(\frac{\delta}{x}\right)^4 = 4 \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{1}{x^3 g \left(\frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L}\right) \sin \phi \frac{1}{v_L^2} \left(\frac{v_L}{\kappa_L}\right)}$$

グラスホフ数とプラントル数

$$Gr_x = x^3 g \left(\frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L}\right) \sin \phi \frac{1}{v_L^2} \quad Pr_L = \left(\frac{v_L}{\kappa_L}\right)$$

$$\left(\frac{\delta}{x}\right) = \sqrt{2} \left[ \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right]^{1/4} \frac{1}{(Gr_x Pr_L)^{1/4}}$$

通常のグラスホフ数

$$Gr_x = x^3 g \beta \Delta T \frac{1}{v_L^2}$$

# 熱伝達係数

温度分布より  $T = T_W + (T_S - T_W) \frac{y}{\delta}$

熱流束は  $q_w = \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = \lambda_L \frac{T_S - T_W}{\delta}$

これから熱伝達係数は

$$h_x = \frac{q_w}{T_S - T_W} = \lambda_L \frac{T_S - T_W}{\delta} \frac{1}{T_S - T_W} = \frac{\lambda_L}{\delta}$$

$$\left( \frac{\delta}{x} \right) = \sqrt{2} \left[ \frac{c_{PL} (T_S - T_W)}{H_{fg}} \right]^{1/4} \frac{1}{(\text{Gr}_x \text{Pr}_L)^{1/4}} \quad \text{を代入して}$$

$$h_x = \frac{\lambda_L}{x} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_x \text{Pr}_L)^{1/4}$$

# 熱伝達係数

局所ヌッセルト数  $Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda_L}$  を用いて

$$Nu_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} (Gr_x Pr_L)^{1/4}$$

$x=0$ から $x=x$ までの平均熱伝達係数 $h_m$

$$h_x \propto \frac{1}{x^{1/4}} \quad h_m = \frac{1}{x} \int_0^x h_x dx = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{A}{x^{1/4}} dx = \frac{1}{x} \frac{4}{3} Ax^{3/4} = \frac{4}{3} h_x$$

平均ヌッセルト数 $Nu_m$ は

$$Nu_m = \frac{h_m x}{\lambda_L} = \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} (Gr_x Pr_L)^{1/4} \quad \frac{4}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \cong 0.943$$



# 熱伝達係数

单相流の熱伝達係数(垂直平板の自然対流)

$$\text{Nu} = 0.56(\text{GrPr})^{0.25}$$

凝縮熱伝達係数

$$\text{Nu}_m = 0.943 \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL}(T_S - T_W)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_x \text{Pr}_L)^{1/4}$$

類似の形  $\left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL}(T_S - T_W)} \right]$  の項が非常に大きく大きな熱伝達係数となる

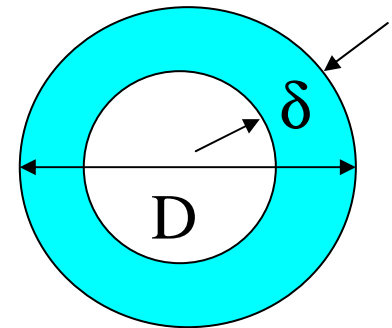
# 凝縮熱伝達係数の別の表し方

膜レイノルズ数  $Re_x$   $Re_x = \frac{4\delta u_m}{\nu_L}$

ここで  $u_m$  は液膜の平均速度

ここで伝熱面単位幅あたりに流下する液体  
流量を  $\Gamma$  とする  $\Gamma = \rho_L \delta u_m$

$$Re_x = \frac{4\delta u_m}{\nu_L} = \frac{4\rho_L \delta u_m}{\mu_L} = \frac{4\Gamma}{\mu_L}$$



円管内の液膜流: 液のレイノルズ数

$Re_L = \frac{Dj_L}{\nu_L} = \frac{D}{\nu_L} \frac{Q_L}{(D^2\pi/4)}$   $j_L$ : 液の見かけの速度  
 $Q_L$ : 液の体積流量  $Q_L = \pi D \delta u_m$

$$j_L = Q_L / (\pi D^2 / 4) = \pi D \delta u_m / (\pi D^2 / 4) = 4\delta u_m / D$$

$$Re_L = \frac{Dj_L}{\nu_L} = \frac{D}{\nu_L} \frac{4\delta u_m}{D} = \frac{4\delta u_m}{\nu_L}$$

# 凝縮熱伝達係数の別の表し方

平均の凝縮熱伝達係数 $h_m$ は

$$h_m = \frac{1}{X} \int_0^X h_x dx = \frac{1}{X} \int_0^X \frac{A}{x^{1/4}} dx = \frac{1}{X} \frac{4}{3} Ax^{3/4} = \frac{4}{3} h_x$$

$$h_x = \frac{q_w}{T_s - T_w} = \lambda_L \frac{T_s - T_w}{\delta} \frac{1}{T_s - T_w} = \frac{\lambda_L}{\delta} \quad \text{だから}$$

$$h_m = \frac{4}{3} h_x = \frac{4}{3} \frac{\lambda_L}{\delta} \quad u_m = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta u dy = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{3\mu_L} \delta^2 \cong \frac{g \sin \phi}{3\nu_L} \delta^2$$

$$Re_x = \frac{4\delta u_m}{\nu_L} = \frac{4\delta}{\nu_L} \frac{g\delta^2 \sin \phi}{3\nu_L} = \frac{4}{3} \frac{g \sin \phi}{\nu_L^2} \delta^3 \quad \delta = \left(\frac{3}{4}\right)^{1/3} Re_x^{1/3} (\nu_L^2 / g)^{1/3} \sin^{-1/3} \phi$$

$$h_m = \frac{4}{3} \frac{\lambda_L}{\delta} = \left(\frac{4}{3}\right)^{4/3} \sin^{1/3} \phi \frac{\lambda_L}{Re_x^{1/3} (\nu_L^2 / g)^{1/3}}$$

$$\frac{h_m (\nu_L^2 / g)^{1/3}}{\lambda_L} = \left(\frac{4}{3}\right)^{4/3} \sin^{1/3} \phi \frac{1}{Re_x^{1/3}} = 1.47 \sin^{1/3} \phi \frac{1}{Re_x^{1/3}}$$

# 凝縮熱伝達係数の別の表し方

液膜レイノルズ数で表した凝縮熱伝達係数

$$\frac{h_m (v_L^2 / g)^{1/3}}{\lambda_L} = 1.47 \sin^{1/3} \phi \frac{1}{\text{Re}_x^{1/3}}$$

$(v_L^2 / g)^{1/3}$  は長さの次元を持つので左辺は一種のヌッセルト数。これを凝縮数という

大気圧の飽和蒸気 (100°C) で壁温 20°C 長さ 1m  
の垂直平板  $\sin \phi = 1, x = 1\text{m}$

液膜厚さ 0.26mm 液膜レイノルズ数 990

平均熱伝達係数 2489 W/(m<sup>2</sup>K)

# 実験データとの比較

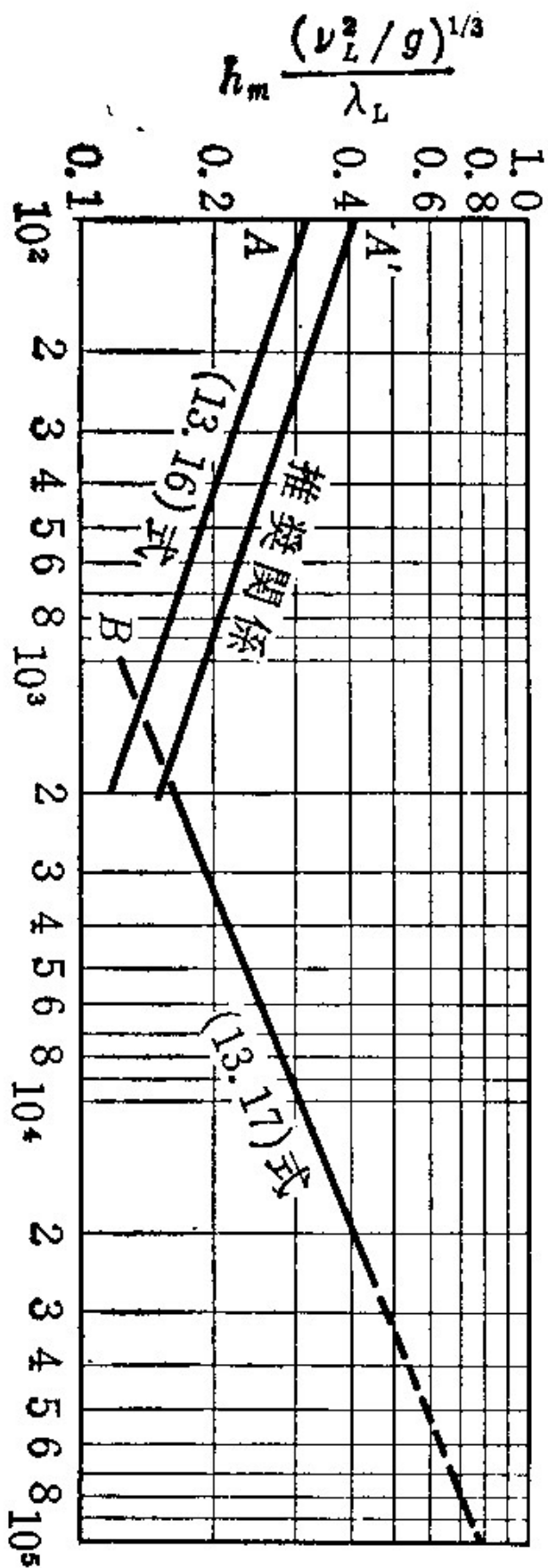
実験結果は理論式より28%大きくなる  
液膜表面にさざ波ができて凝縮の面積がひろ  
がるため

$Re_x < 1400$ で層流であることは確認されている

$Re_x > 1800$ になると液膜は乱流になる。

実験結果による相関式。

$$\frac{h_m (v_L^2 / g)^{1/3}}{\lambda_L} = 0.0077 Re_x^{0.4}$$



13.2 図 垂直平板上の飽和蒸気凝縮の平均熱伝達率

# 液膜厚さが非常に薄い場合

局所的な凝縮熱伝達係数

$$h_x = \frac{q_w}{T_s - T_w} = \lambda_L \frac{T_s - T_w}{\delta} \frac{1}{T_s - T_w} = \frac{\lambda_L}{\delta}$$

$$\text{Nu}_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_s - T_w)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_x \text{Pr}_L)^{1/4} \quad h_x = \infty \frac{1}{x^{1/4}}$$

$x \rightarrow \infty$  で  $\delta \rightarrow 0$  従って  $h_x \rightarrow \infty$

しかし実際にはそうはならない

液膜表面で温度を連続と仮定

実際は凝縮は非平衡現象だからわずかの温度差が生じる

液膜が非常に薄い場合にはこの温度差が重要

# 液膜厚さが非常に薄い場合

液膜へ飛び込む分子と液膜から飛び出す分子の挙動を分子運動論で解析

$$\Delta T = \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L}\right) \frac{T_s}{\rho_v H_{fg}} \frac{\sqrt{2\pi R T_s}}{\alpha_M H_{fg}} q_w$$

液膜厚さが非常に薄い場合

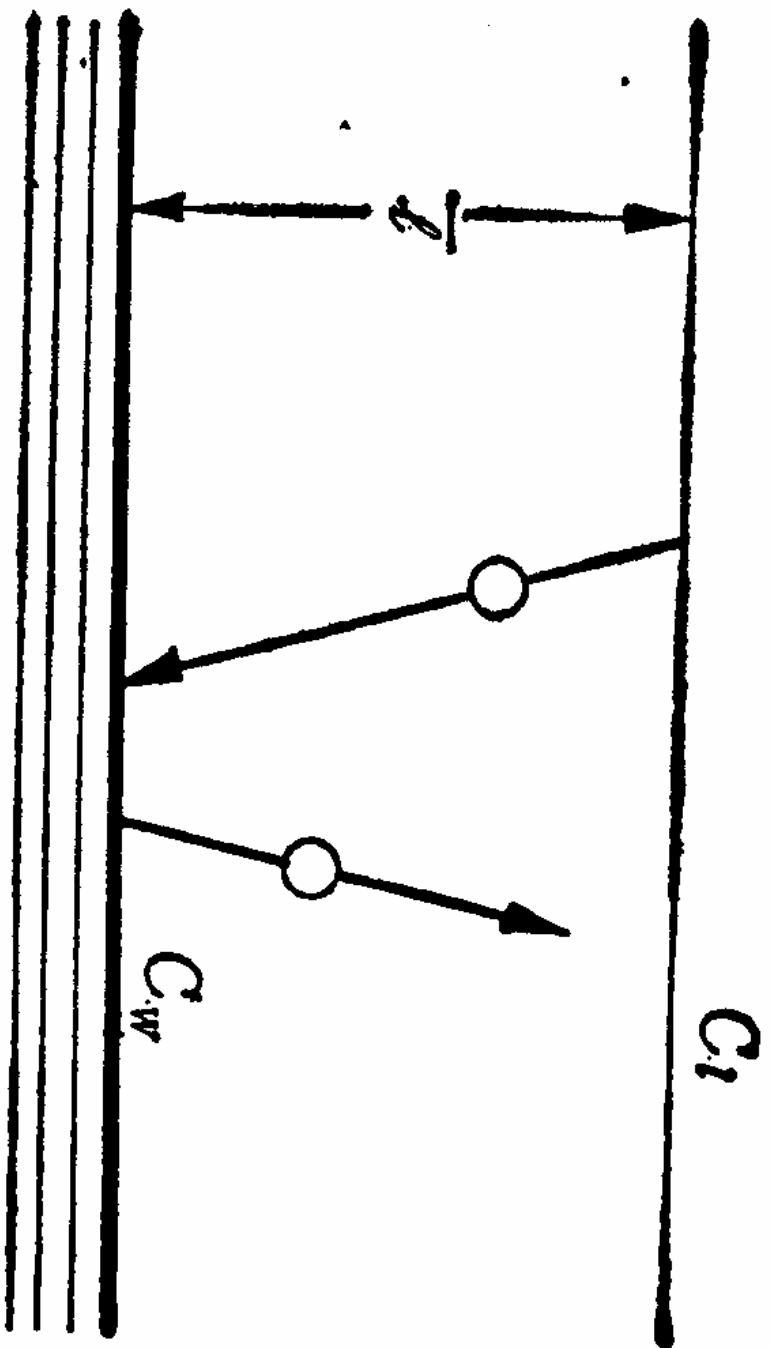
液膜表面温度は壁面温度に等しい

よって熱伝達係数は

$$h_x = \frac{q_w}{\Delta T} = \frac{\rho_L}{\rho_L - \rho_v} \frac{\rho_v H_{fg}}{T_s} \frac{\alpha_M H_{fg}}{\sqrt{2\pi R T_s}}$$

液膜厚さ0.09ミクロン以下大気圧の飽和蒸気で $7.8 \times 10^6 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$





11・10 図 液面上の蒸気分子の運動

1  
1  
1  
1  
1

# 凝縮の分子運動論

理想気体を仮定する

気液界面へ単位面積単位時間に流れ込む分子数

$\frac{1}{4} N \bar{v}$        $N$ は単位体積あたりの分子数

$\bar{v}$  は分子の平均速度。分子の速度がMaxwell-Boltzmann分布に従うとすれば

$$F(v) = \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

$$\bar{v} = \int_0^{\infty} v \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) 4\pi v^2 dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

# 凝縮の分子運動論

$\frac{1}{4}N\bar{v}$  の分子のうち  $\alpha_M$  が液体中にはいり、 $(1-\alpha_M)$  が気体に跳ね返されるとする。

$\alpha_M$  を凝縮係数と呼ぶ。

液体に正味入る分子数は  $\frac{1}{4}\alpha_M N\bar{v}$

その質量流束  $G_C$  は

$$G_C = \frac{1}{4}\alpha_M m N\bar{v} = \frac{1}{4}\alpha_M m N \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \alpha_M N \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}}$$

理想気体を考えると

$$p = NkT \quad k: \text{Boltzmann 定数} \quad N = p/(kT)$$

# 凝縮の分子運動論

気体定数  $R, R_0$

$$pV = n R_0 T \quad pV = nM(R_0 / M)T \quad p = \rho RT$$

$$R = R_0 / M \quad M: \text{分子量}$$

$$p = NkT = mN(k/m)T = \rho (k/m)T \quad R = k/m$$

$$G_C = \alpha_M N \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}} = \alpha_M \frac{p}{kT} \sqrt{\frac{mkT}{2\pi}} = \alpha_M p \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} = \alpha_M p \sqrt{\frac{1}{2\pi RT}}$$

蒸気は飽和温度であるから

$$G_C = \alpha_M p \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_s}}$$

# 凝縮の分子運動論

気液界面の液体側からも分子が飛び出す  
(蒸発)

液体側も理想気体で近似する。また液体側から気液界面に流れ込む分子の内 $\alpha_M$ が蒸気側へ入り、 $(1-\alpha_M)$ が液体側に跳ね返されるとする。 $\alpha_M$ を蒸発係数と呼び通常は凝縮係数と同じ値を仮定する。

液体側から気体側へ流れ込む正味の質量  
流量(蒸発量) $G_{EV}$ は

$p'$ は液体側の圧力

$$G_{EV} = \alpha_M p' \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_s}}$$

# 凝縮の分子運動論

正味の凝縮量は

$$G_C - G_{EV} = \alpha_M (p - p') \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_S}}$$

これが蒸発潜熱を運ぶからこれによる熱流束 $q_w$ は

$$q_w = H_{fg} (G_C - G_{EV}) = H_{fg} \alpha_M (p - p') \sqrt{\frac{1}{2\pi RT_S}}$$

クラジウス-クラペイロンの式を用いて

$$\frac{dp}{dT} = \frac{p - p'}{\Delta T} = \frac{H_{fg}}{T_S v_v} = \frac{H_{fg} \rho_v}{T_S \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L}\right)}$$

$$q_w = \Delta T \frac{H_{fg} \rho_v}{T_S \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L}\right)} \frac{H_{fg} \alpha_M}{\sqrt{2\pi RT_S}}$$

$$\Delta T = \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L}\right) \frac{T_S}{\rho_v H_{fg}} \frac{\sqrt{2\pi RT_S}}{\alpha_M H_{fg}} q_w$$

# 対流及び慣性の影響

これまでは、運動量の式、エネルギーの式において、慣性項を無視

プラントル数が大きい場合には粘性力影響が無視できない。液膜内のエネルギーバランス式

$$H_{fg}\rho_L \int_0^{\delta} u \left[ 1 + \frac{c_{PL}(T_s - T)}{H_{fg}} \right] dy = \int_0^x \lambda_L \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx$$

速度分布温度分布はそのままと仮定

$$T_s - T = (T_s - T_w) - (T_s - T_w) \frac{y}{\delta}$$
$$u = \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} (2\delta y - y^2)$$

# 対流及び慣性の影響

左辺

$$\begin{aligned} & H_{fg} \rho_L \int_0^\delta u \left[ 1 + \frac{c_{PL}(T_S - T)}{H_{fg}} \right] dy \\ &= H_{fg} \left[ 1 + \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right] \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \int_0^\delta (2\delta y - y^2) dy \\ &\quad - H_{fg} \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg} \delta} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \int_0^\delta (2\delta y - y^2) y dy \\ &= H_{fg} \left[ 1 + \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right] \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \frac{2}{3} \delta^3 \\ &\quad - H_{fg} \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg} \delta} \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \frac{5}{12} \delta^4 \\ &= H_{fg} \left[ 1 + \frac{3}{8} \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right] \rho_L \frac{g(\rho_L - \rho_g) \sin \phi}{2\mu_L} \frac{2}{3} \delta^3 \end{aligned}$$



# 対流及び慣性の影響

右辺はそのまま

従って、対流と慣性を無視した解析に於いて

$H_{fg}$ を

$$H_{fg} \left[ 1 + \frac{3}{8} \frac{c_{PL} (T_s - T_w)}{H_{fg}} \right]$$

に置き換えるだけでよい。実際には温度分布も直線ではなくなるので、それをもっと精密に与えた結果(Rohsenow)は $H_{fg}$ を

$$H_{fg} \left[ 1 + 0.68 \frac{c_{PL} (T_s - T_w)}{H_{fg}} \right]$$

に置き換えればよいことを示す。

# 対流及び慣性の影響

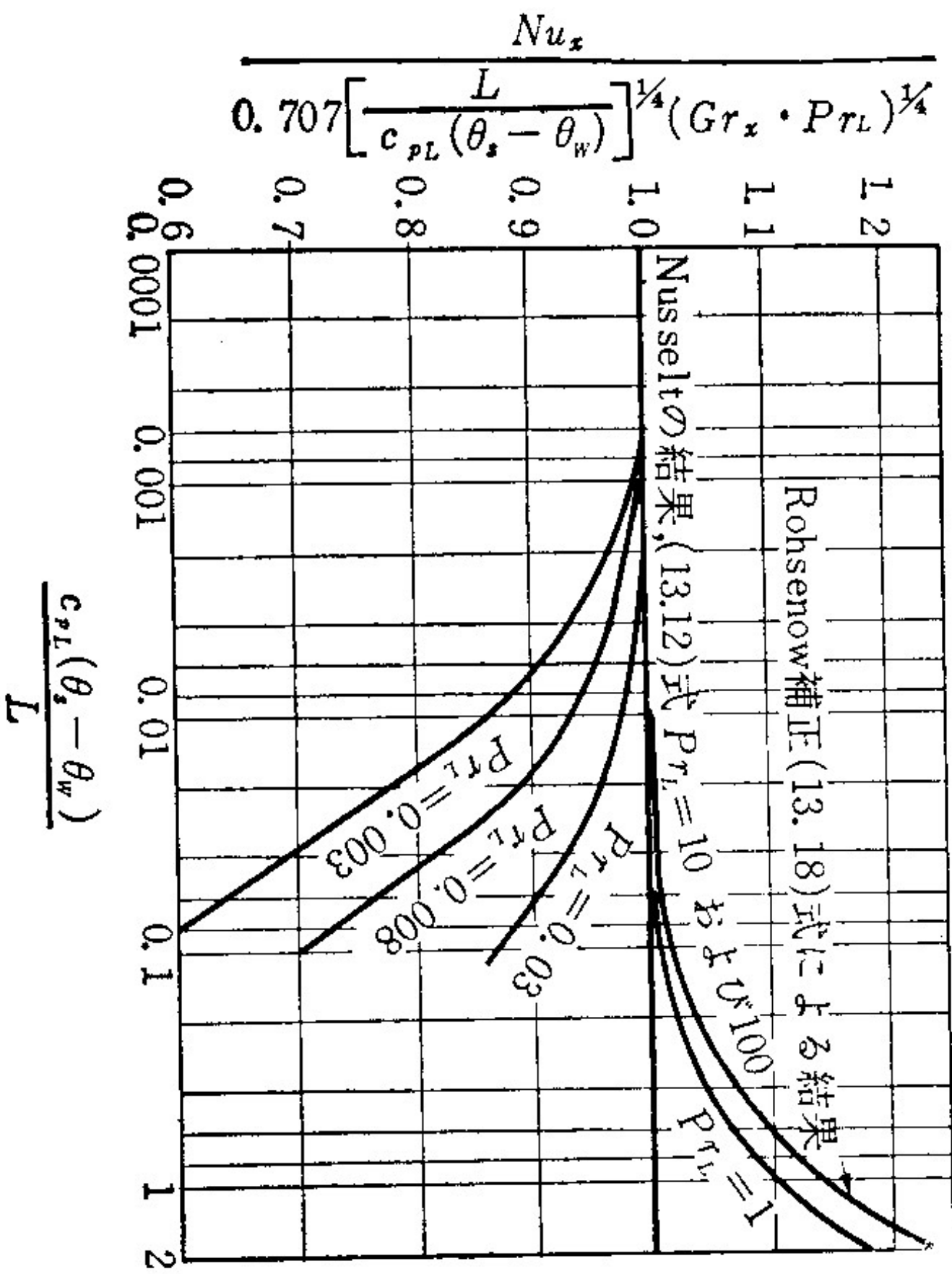
プラントル数が1程度より以下

実際には慣性項を対流項を取り入れた解析が必要。数値解あるいは級数による解(单相流の自然対流)で解析可能。

Sparrow & Greggの解析

プラントル数の影響

プラントル数が大きい場合はRohsenowの解と一致。プラントル数が小さい場合には慣性による流れの減速による効果



# 蒸気の摩擦力の影響

これまでは気液界面の摩擦を無視

液膜厚さが厚い場合、液膜速度が早い場合

蒸気が平行に流れている場合

界面での摩擦を無視できない

垂直平板飽和凝縮の場合

液膜厚さが厚い場合、液膜速度が早い場合

摩擦により液膜の速度が遅くなり熱伝達が悪くなる

その影響を厳密に解析評価する必要

# 蒸気の摩擦力の影響

## (垂直平板飽和凝縮)

基礎式は液膜と蒸気について考える

(液膜) 
$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$

$$\rho_L u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + \rho_L v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} + g\rho_L$$

$$c_{PL}\rho_L u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + c_{PL}\rho_L v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \lambda_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

# 蒸気の摩擦力の影響

## (垂直平板飽和凝縮)

基礎式は液膜と蒸気について考える

(蒸気) 
$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = 0$$

$$\rho_v u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + \rho_v v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} + g\rho_v$$

$$T = T_s \text{ (蒸気温度は一定)}$$

# 蒸気の摩擦力の影響

## (垂直平板飽和凝縮)

境界条件

(気液界面)  $u_L = u_V, \quad T_L = T_S \quad \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu_V \frac{\partial u_V}{\partial y}$

$\rho_L v_L \cos \theta - \rho_L u_L \sin \theta = \rho_V v_V \cos \theta - \rho_V u_V \sin \theta$

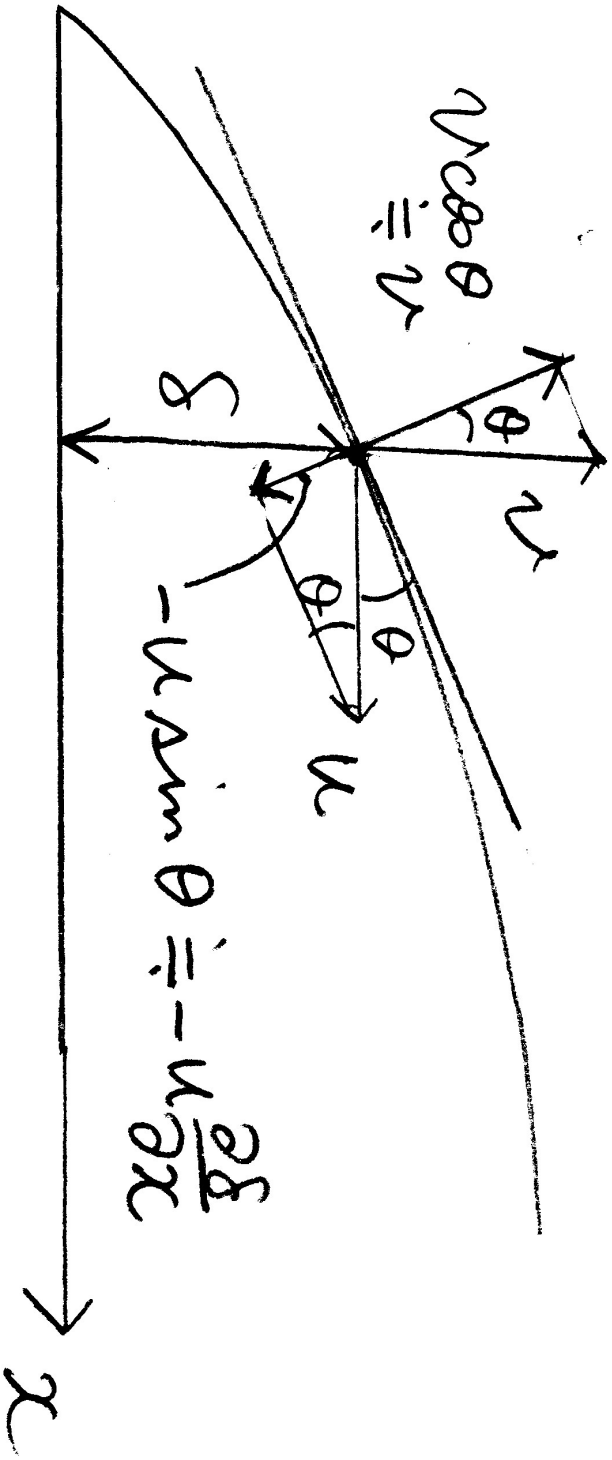
$\theta \ll 1$  の時  $\cos \theta \cong 1 \quad \sin \theta \cong \tan \theta = \frac{\partial \delta}{\partial x}$

$$\rho_L v_L - \rho_L u_L \frac{\partial \delta}{\partial x} = \rho_V v_V - \rho_V u_V \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

(壁面)  $y=0 \quad u_L = v_L = 0, \quad T_L = T_W$

(無限遠方)  $y=\infty \quad u_V = v_V = 0, \quad T_V = T_S$

$$\tan \theta = \frac{\partial \xi}{\partial x}$$





# 蒸気の摩擦力の影響

## (垂直平板飽和凝縮)

- 以上の式を解析的に解くことが可能(級数解) Koh, Sparrow, Hartnett
- 摩擦力を無視した場合より液膜速度が小さくなり熱伝達は悪くなる
- $Pr_L \gg 10$ では影響は無視  $Pr_L \doteq 1$ でも影響は小、 $Pr_L \ll 1$ の液体金属の場合には影響が大きい

# 蒸気の摩擦力の影響

## (平板に沿う強制対流凝縮)

水平平板に沿う速度 $u_\infty$ の蒸気流

気相、液相とも層流蒸気流には層流境界層  
が出来る(2層境界層)

基礎式は垂直平板の場合と類似

この場合も解析解(級数解)が求められる。

4つの無次元数の間の関係として与えられる

$$\frac{\text{Nu}_x}{\sqrt{\text{Re}_x}} = \frac{h_x x / \lambda_L}{\sqrt{u_\infty x / \nu_L}} = f \left( \text{Pr}_L, \frac{c_{PL} (T_S - T_W)}{H_{fg}}, \frac{\rho_L \mu_L}{\rho_V \mu_V} \right)$$

# 蒸気の摩擦力の影響 (平板に沿う強制対流凝縮)

基礎式

$$\text{(液膜)} \quad \frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0$$

$$\rho_L u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + \rho_L v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2}$$

$$c_{PL} \rho_L u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + c_{PL} \rho_L v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} = \lambda_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2}$$

# 蒸気の摩擦力の影響 (平板に沿う強制対流凝縮)

(蒸気)

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = 0$$

$$\rho_v u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + \rho_v v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} = \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2}$$

$T = T_s$  (蒸気温度は一定)

# 蒸気の摩擦力の影響

## (平板に沿う強制対流凝縮)

境界条件

$$\text{(気液界面)} \quad u_L = u_V, \quad T_L = T_S \quad \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} = \mu_V \frac{\partial u_V}{\partial y}$$

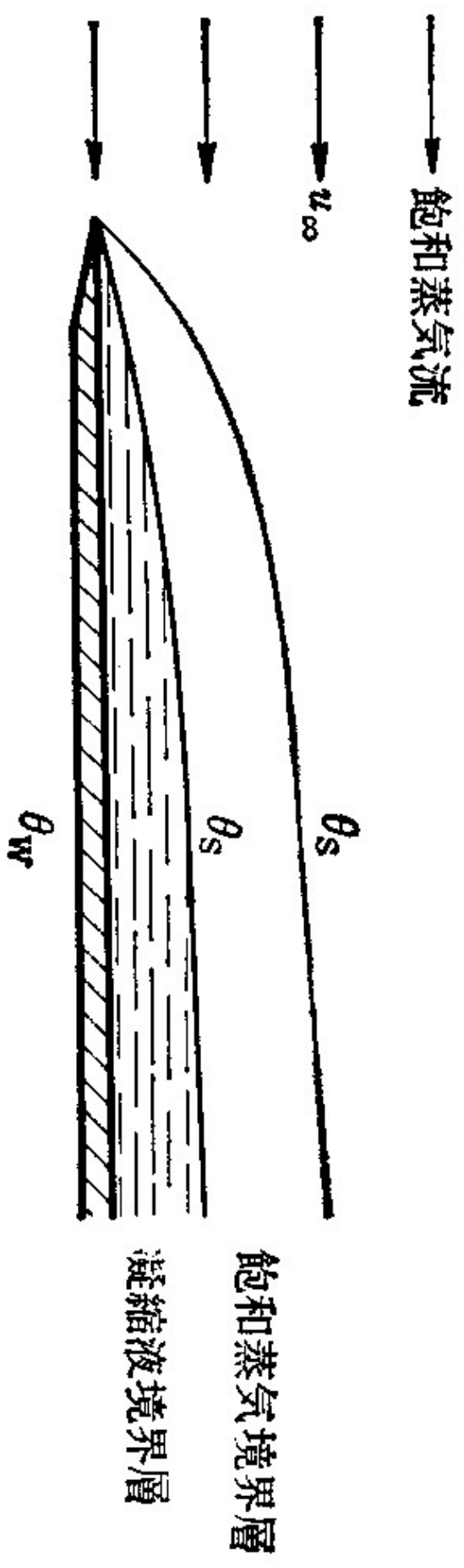
$$\rho_L v_L \cos \theta - \rho_L u_L \sin \theta = \rho_V v_V \cos \theta - \rho_V u_V \sin \theta$$

$\theta \ll 1$ の時  $\cos \theta \cong 1$   $\sin \theta \cong \tan \theta = \frac{\partial \delta}{\partial x}$

$$\rho_L v_L - \rho_L u_L \frac{\partial \delta}{\partial x} = \rho_V v_V - \rho_V u_V \frac{\partial \delta}{\partial x}$$

$$\text{(壁面)} \quad y=0 \quad u_L = v_L = 0, \quad T_L = T_W$$

$$\text{(無限遠方)} \quad y=\infty \quad u_V = u_\infty, \quad v_V = 0, \quad T_V = T_S$$

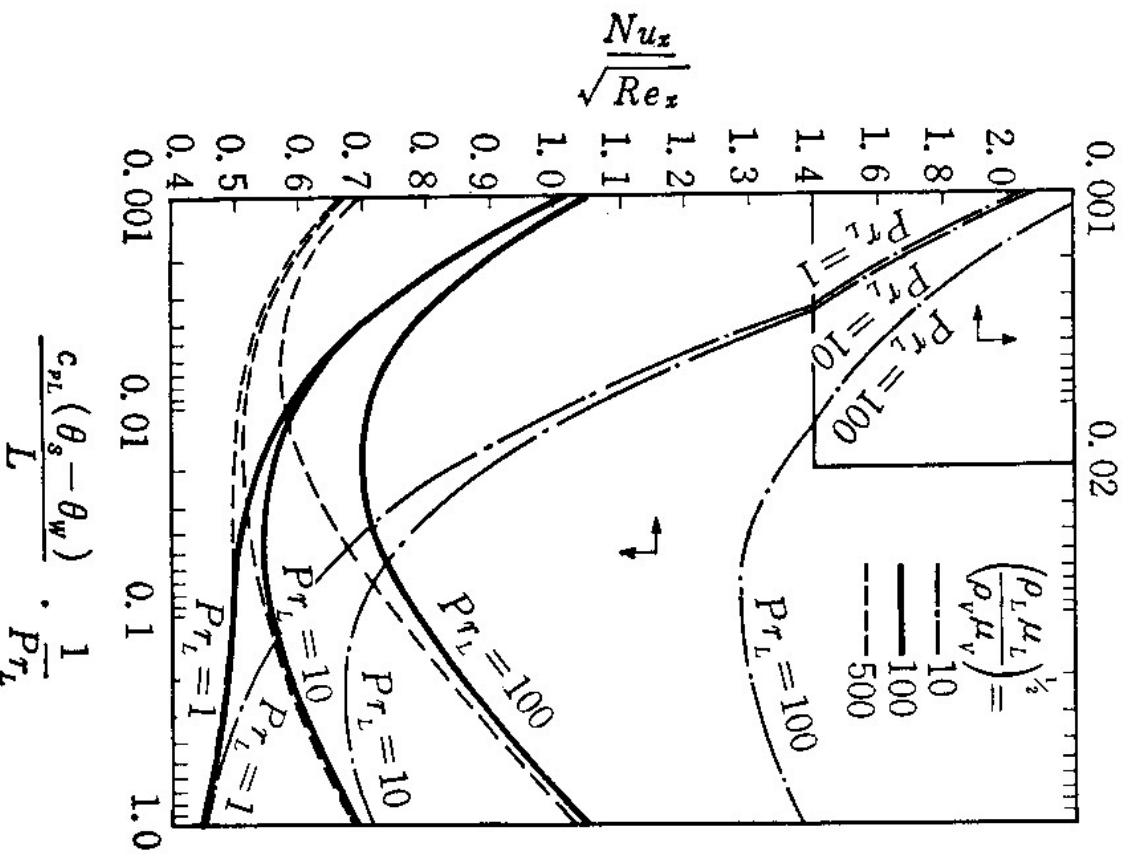


13.4 図 飽和蒸気流に平行な低温平板上に生ずる気液二層境界層

# 蒸気の摩擦力の影響

## (平板に沿う強制対流凝縮)

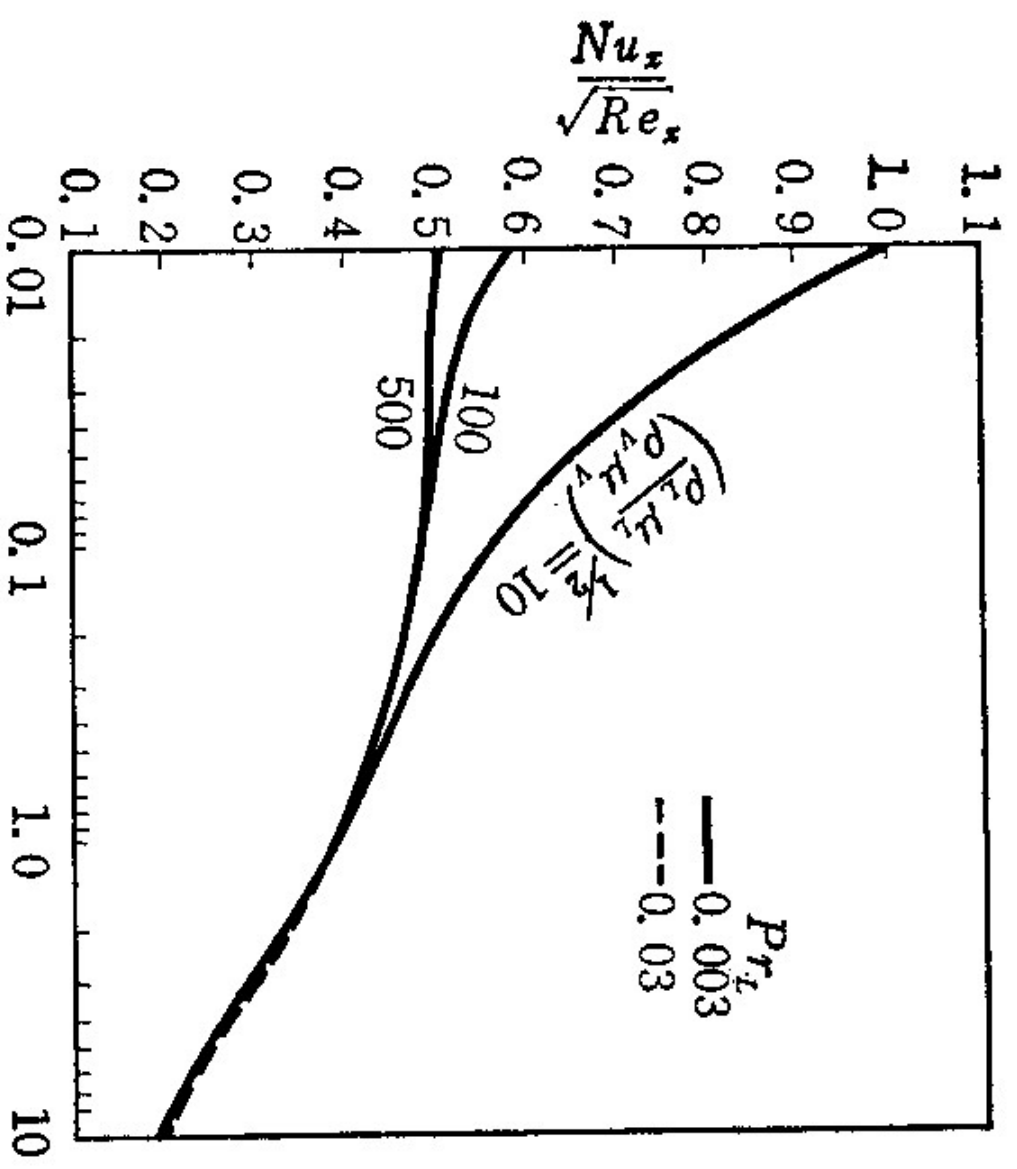
- $Pr_L$  が大きいとき  $f()$  は  $\frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}}$  に対して極小値
- 温度差の増大 --- 液膜厚さの増大
- 熱伝達係数の低下
- 温度差が更に増大 --- 顕熱輸送が増加
- 熱伝達係数は再び増加
- $Pr_L$  が小さいとき  $f()$  は  $\frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}}$  に対して単調に現象 --- 熱伝導が支配的



13.5 図 飽和蒸気流に平行な低温平板上の局所ヌセルト数 (凝縮液のプラントル数  $Pr_L$  が比較的に大きい場合)

$$\frac{c_{pL}(\theta_s - \theta_w)}{L} \cdot \frac{1}{Pr_L}$$





$$\frac{c_{pL}(\theta_s - \theta_w)}{L} \cdot \frac{1}{Pr_L}$$

13・6 図 飽和蒸気流に平行な低温平板上の局所ヌセルト数 (凝縮液のプラントル数  $Pr_L$  が小さい場合)

# 垂直円管内下向強制対流凝縮

- 垂直円管内を下向きに蒸気が流れ、壁面に凝縮が起こる場合
- $\frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}}$  が小さく液膜厚さが薄い場合
- 円管の曲率を無視でき垂直平板の解析がほぼそのまま適用できる。
- 蒸気のみが円管を流れた場合の壁面摩擦応力 $\tau_w$ とすればよい

# 垂直円管内下向凝縮液膜の基礎方程式

下向きに座標軸をとる。2次元、非圧縮性

連続の式 
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

運動量の式 (流れ方向成分のみ考える)

$$\rho_L u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho_L v \frac{\partial u}{\partial y} = \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g(\rho_L - \rho_g)$$

エネルギーの式

$$c_{PL} \rho_L u \frac{\partial T}{\partial x} + c_{PL} \rho_L v \frac{\partial T}{\partial y} = \lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

# 境界条件

$y=0$  (伝熱面) で  $u=v=0$ ,  $T=T_w$

$y=\delta$  (液膜界面) で  $\mu_L \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_w$   $T=T_s$

$\delta$  は液膜厚さ。

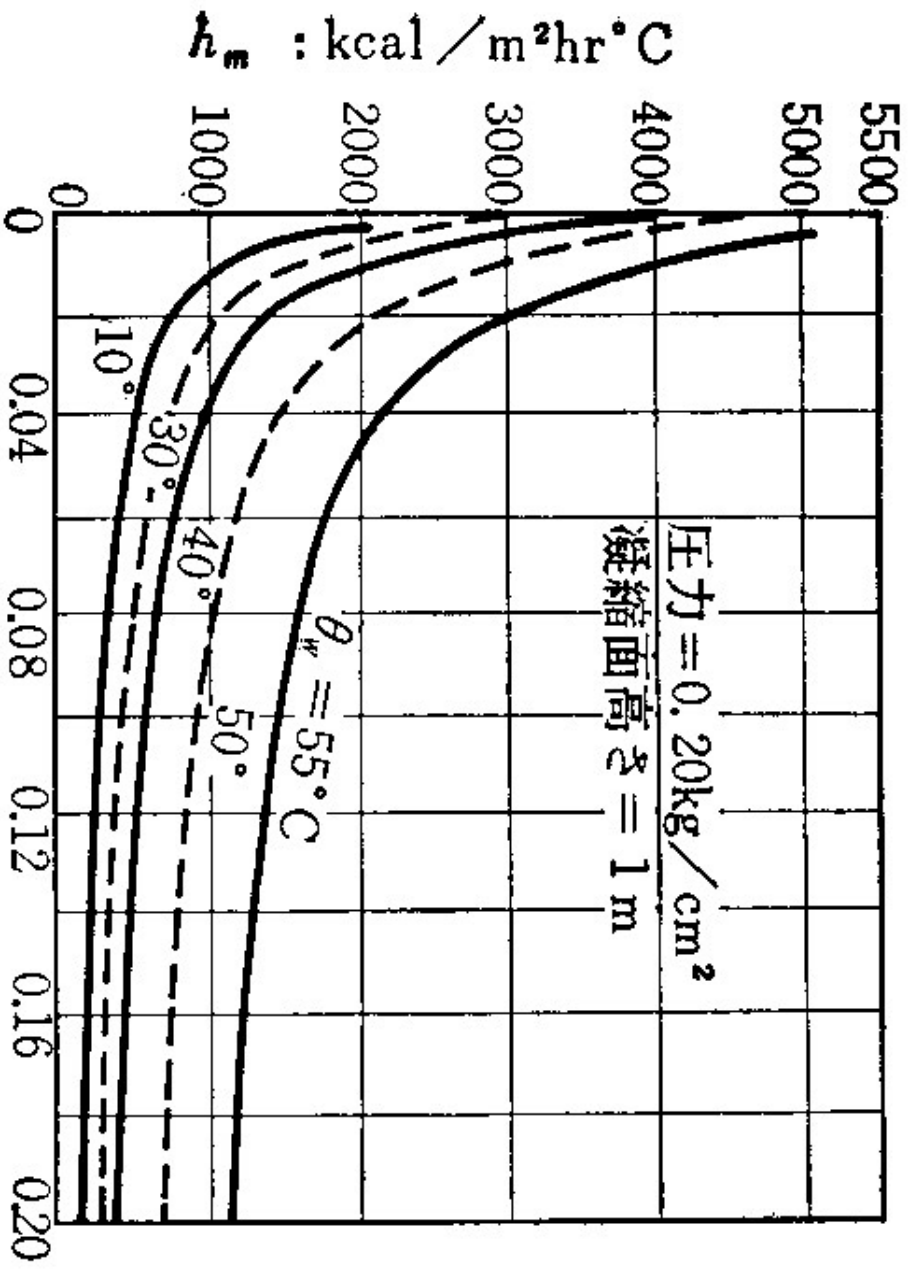
以上の基礎方程式を垂直平板の場合と同様に解くことにより凝縮熱伝達が解析出来る。

# 過熱蒸気の凝縮

- これまでの解析---蒸気は飽和温度
- 蒸気が過熱(飽和温度以上)の時
- 蒸気の過熱度による顕熱を考慮する必要がある。
- その影響の度合い  $\frac{c_{PV}(T_G - T_S)}{H_{fg}}$
- 蒸気の比熱が小さいのでこの値も小さい
- 大気圧水蒸気過熱度100°Cで9%
- 蒸気相の境界層が薄いため影響は更に小さい
- 飽和蒸気の凝縮熱伝達の式がそのまま使える

# 不凝縮気体を含む蒸気の凝縮

- これまでの解析---蒸気は単一の成分
- 蒸気に不凝縮性ガスが含まれている場合
- 液面の温度はその圧力に対する飽和温度ではなく、蒸気分圧に対する飽和温度
- 液面温度の低下---熱伝達の低下
- 不凝縮性ガスは液面で凝縮しない
  - 液面近くで不凝性ガスが濃縮、分圧が上昇
  - 蒸気分圧は更に小さくなり、熱伝達は低下
  - わずかの不凝縮性ガスの混入で熱伝達係数は大きく低下



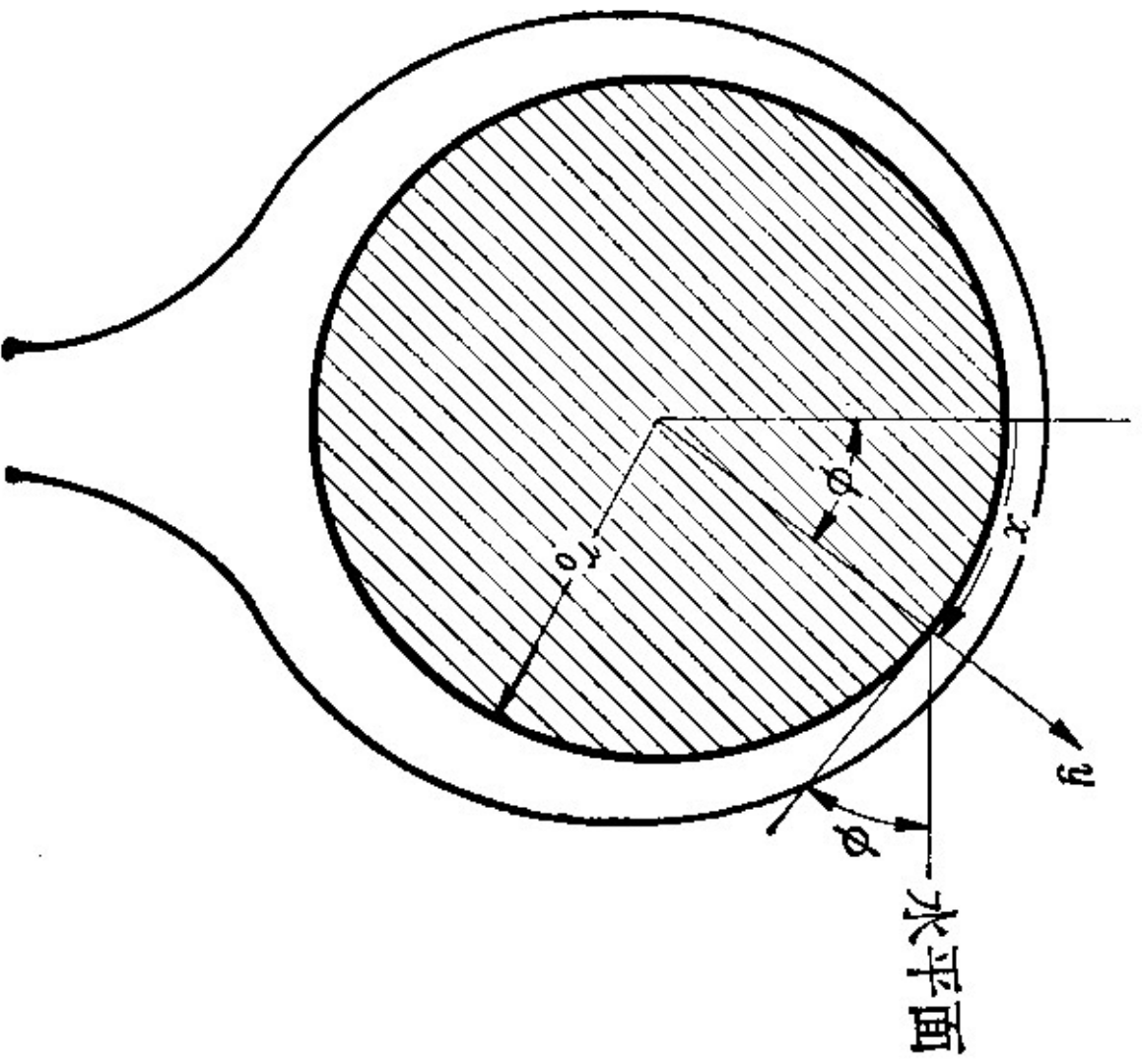
13.7 図 水蒸気内に空気を含む場合の熱伝達率の変化

率  $h_m$  の変化する様子が示されている。

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

- 水平円管外面の凝縮
- 復水器などの伝熱機器に多く用いられる重要な凝縮の形態
- 円管の径が大きい場合（数センチ）
- 凝縮液膜の厚さは管径に比べ十分小さい
- 円管の曲率を無視
- 水平面からの角度 $\phi$ が変化する平板の凝縮熱伝達として近似的に取り扱える





13.8 図 水平円管外面に生成，流下する膜状凝縮液膜

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

円管に沿ったx座標、法線方向にy座標

$x=r_0\phi$ と置く  $dx=r_0d\phi$

$$\frac{\delta^3}{3} = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) \sin \phi} \int_b^x \frac{dx}{\delta}$$

$$\frac{\delta^3 \sin \phi}{3} = \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \frac{v_L \kappa_L}{g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right)} r_0 \int_b^\phi \frac{d\phi}{\delta} = B \int_b^\phi \frac{d\phi}{\delta}$$

$\delta \sin^{1/3} \phi = z$  と置いて

$$\frac{z^3}{3} = B \int_b^\phi \frac{\sin^{1/3} \phi}{z} d\phi$$

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

両辺を $z$ で微分 ( $d/dz = d/d\phi \cdot (d\phi/dz)$ )

$$z^2 = B \frac{\sin^{1/3} \phi}{z} \frac{d\phi}{dz} \quad z^3 dz = B \sin^{1/3} \phi d\phi$$

積分して

$$\frac{z^4}{4} = B \int_0^\phi \sin^{1/3} \phi d\phi + C$$

$\phi=0$ で  $z = \delta \sin^{1/3} \phi = 0$  よって  $C=0$

$$z = \delta \sin^{1/3} \phi = \sqrt{2} \left( B \int_0^\phi \sin^{1/3} \phi d\phi \right)^{1/4}$$

$$\frac{\delta}{r_0} = \sqrt{2} \left[ \frac{c_{PL} (T_S - T_W)}{H_{fg}} \right]^{1/4} \left[ \frac{v_L^2}{r_0^3 g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right)} \frac{\kappa_L}{v_L} \right]^{1/4} \frac{1}{\sin^{1/3} \phi} \left[ \int_0^\phi \sin^{1/3} \phi d\phi \right]^{1/4}$$

$$\Phi(\phi) = \frac{1}{\sin^{1/3} \phi} \left[ \int_0^\phi \sin^{1/3} \phi d\phi \right]^{1/4}$$

$\phi$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
$\Phi(\phi)$	0.9306	0.9418	0.9836	1.065	1.215	1.545	$\infty$

$$h(\phi) = \frac{\lambda_L}{\sqrt{2}r_0} \left[ \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right]^{-1/4} \left[ \frac{v_L^2}{r_0^3 g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) v_L} \frac{\kappa_L}{v_L} \right]^{-1/4} \frac{1}{\Phi(\phi)}$$

$$h_m = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi h(\phi) d\phi$$

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

平均熱伝達係数  $h_m$

$$\text{Nu}_m = \frac{h_m d}{\lambda_L} = \frac{1}{2^{1/4}} \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} \left[ \frac{d^3 g \left( \frac{(\rho_L - \rho_g)}{\rho_L} \right) v_L}{v_L^2 \kappa_L} \right]^{1/4} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{1}{\Phi(\phi)} d\phi$$

$$\text{Nu}_m = \frac{h_m d}{\lambda_L} = 0.725 \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_d \text{Pr}_L)^{1/4}$$

平板の式  $\text{Nu}_m = 0.943 \left[ \frac{H_{fg}}{c_{PL} (T_S - T_W)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_x \text{Pr}_L)^{1/4}$

で  $x=0.91\pi d$  と置いたものに等しい

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

膜沸騰熱伝達との関連

水平円柱の膜沸騰熱伝達Bromleyの式

$$\frac{h_{c0}d}{\lambda_v} = C \left[ \left( \frac{d^3 g}{\lambda_v^2} \right) \left( \frac{\rho_L - \rho_v}{\rho_v} \right) \right]^{1/4} \text{Pr}_v^{1/4} \left( \frac{H_{fg}}{c_{pv}(T_w - T_s)} \right)^{1/4}$$

C=0.62 これは凝縮の式

$$\text{Nu}_m = \frac{h_m d}{\lambda_L} = 0.725 \left[ \frac{H_{fg}}{c_{pl}(T_s - T_w)} \right]^{1/4} (\text{Gr}_d \text{Pr}_L)^{1/4}$$

で液体の物性値を気体に入れ替えたもの

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

凝縮数で表すと 
$$\frac{h_m (v_L^2 / g)^{1/3}}{\lambda_L} = 1.51 \frac{1}{\text{Re}^{1/3}} \quad \text{Re} = \frac{4\Gamma}{\mu_L}$$

$\Gamma$ は円管単位長さあたりに単位時間に流れ落ちる凝縮液の質量流量

(平板) 
$$\frac{h_m (v_L^2 / g)^{1/3}}{\lambda_L} = 1.47 \sin^{1/3} \phi \frac{1}{\text{Re}_x^{1/3}}$$

$\Gamma = \rho_L \delta u_m$  で  $\delta$  は  $\phi = \pi$  で無限大、しかし  $u_m$  が 0 となるので  $\Gamma$  は有限

$$u_m \cong \frac{g \sin \phi}{3v_L} \delta^2 \quad \Gamma = \rho_L \delta u_m \cong \frac{g \sin \phi}{3\mu_L} \delta^3 = \frac{g}{3\mu_L} z^3$$

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

実験データとの比較、水蒸気で23%高め  
有機溶媒で13から15%低め

対流と慣性の影響

平板における解析を用いて

$x=0.91\pi d$ と置けばよい



# 水平円管外面の凝縮熱伝達

水平円管群

n本鉛直に並ぶ

n本目の熱伝達係数 $h_{mn}$

$$\frac{h_{mn}}{h_{m1}} = n^{3/4} - (n-1)^{3/4}$$

$h_{m1}$  は1本目の平均熱伝達係数

n本の平均熱伝達係数  $\overline{h_{mn}}$

$$\overline{h_{mn}} = \frac{1}{n} (h_{m1} + h_{m2} + \dots + h_{mn}) = \frac{n^{3/4}}{n} h_{m1} = h_{m1} / \sqrt[4]{n}$$

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

二本目以降の熱伝達も同様の解析で求める

ただし1本の時は  $\frac{z^4}{4} = B \int_b^\phi \sin^{1/3} \phi d\phi + C$

の強化条件を $\phi=0$ で $C=0$ としたが、上から液膜が流れてくるので $C$ は0ではない

上から流れてくる質量流量の半分 $G/2$ が片方へ流れ落ちるとすると

$$u_m \cong \frac{g \sin \phi}{3\nu_L} \delta^2 \quad G/2 = \rho_L \delta u_m \cong \frac{g \sin \phi}{3\mu_L} \delta^3 = \frac{g}{3\mu_L} z^3$$
$$z = \left( \frac{G}{2} \frac{3\mu_L}{g} \right)^{1/3} \quad C = \frac{z^4}{4} = \frac{1}{4} \left( \frac{G}{2} \frac{3\mu_L}{g} \right)^{4/3}$$

# 水平円管外面の凝縮熱伝達

過冷度の影響

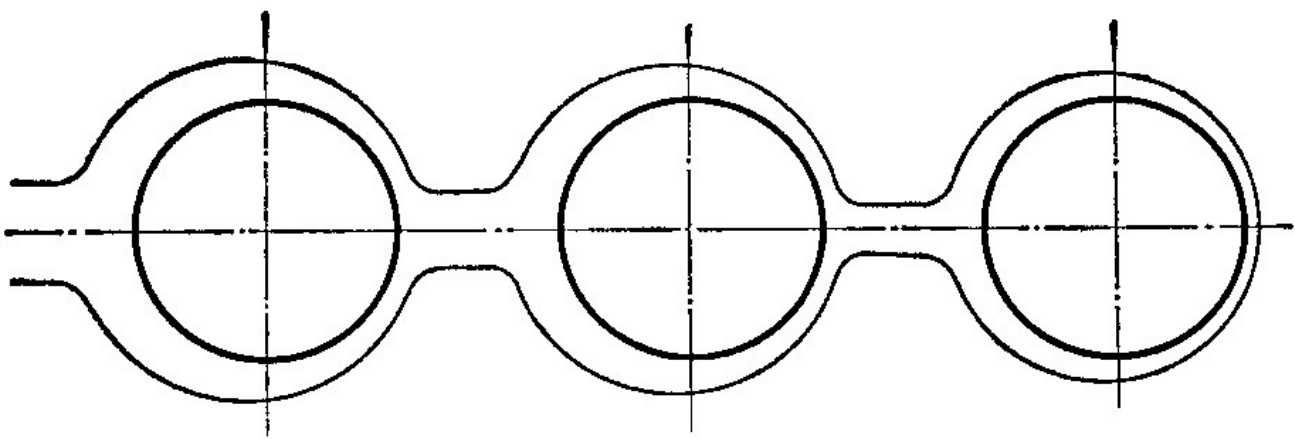
液体は過冷されているので、管と管の間の液膜でも凝縮がおこる。

これ考慮すると

$$\overline{h_{mn}} = \frac{1}{n} (h_{m1} + h_{m2} + \dots + h_{mn}) = \frac{n^{3/4}}{n} h_{m1} = h_{m1} / \sqrt[4]{n}$$

で求めた値を  $1 + 0.20 \left[ \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right] (n-1)$  倍する

ただし  $\left[ \frac{c_{PL}(T_S - T_W)}{H_{fg}} \right] (n-1) < 2$



13・9 図 水平円管群を  
流下する膜状凝縮液膜